

Vetores e Geometria Analítica – ECT2102
Lista de Exercícios – Geo. Analítica
Prof. Ronaldo

14 de outubro de 2019

1 Seções Cônicas

- Encontre o centro e o raio das superfícies esféricas dadas por:
 - $x^2 + y^2 + z^2 - 6y + 8z = 0$
 - $z^2 + y^2 + x^2 + 6z + 2y - 2x + 9 = 0$
 - $2x^2 + 2y^2 + 2z^2 + 2y - 2z - 9 = 0$
- Aproximando o formato da Terra por uma superfície esférica de raio de 6371km, calcule a distância percorrida sob um meridiano, pela superfície, entre os paralelos (a) 0° e 30° e (b) 0° e 60° . Compare os resultados obtidos com a distância entre os pontos correspondentes num espaço plano. Lembrete: comprimento de arco $l = r\theta$, com θ em radianos.
- Uma milha náutica definida como a distância percorrida ao longo de um grande círculo na superfície da Terra correspondente a $1\text{arcmin} = 1^\circ/60$. Determine sua medida em metros.
- Determine se os pontos dados abaixo são internos ou externos à superfície esférica dada pela equação $x^2 - 2x + y^2 + 4y + z^2 - 4z - 2 = 0$,
 - $P(1, -2, 3)$
 - $Q(2, 0, 2)$
 - $R(3, -1, 5)$
- Determine a equação da parábola que tem foco no ponto $F(x_0 + p, y_0)$.
- Determine o foco, reta diretriz e o vértice das seguintes parábolas:
 - $x^2 = 8y$
 - $y^2 = -2x$
 - $y = x^2/4 - x + 3$
- Para uma parábola com reta diretriz $y = y_0 - p$, determine as expressões de a , b e c de sua representação na forma $y = ax^2 + bx + c$.
- Determine a equação da elipse centrada na origem e com focos em $F_1(-c, 0)$ e $F_2(c, 0)$, expressando-a em função de seu eixo maior e menor. Repita o processo para focos em $F_1(0, c)$ e $F_2(0, -c)$.

9. Determine a equação do círculo de menor raio possível capaz de circunscrever a elipse de equação

$$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} - y = 0.$$

10. Determine a equação da hipérbole centrada na origem e com focos em $F_1(-c, 0)$ e $F_2(c, 0)$, expressando-a em função de seu eixo maior e menor. Repita o processo para focos em $F_1(0, c)$ e $F_2(0, -c)$.
11. Determine a equação da hipérbole com focos $F_1(-5, 0)$ e $F_2(5, 0)$ e que passa pelo ponto $Q(3, 0)$.
12. Para as equações de hipérbolas dadas, determine seus vértices, focos e excentricidade:
- (a) $4y^2 - x^2 - 16 = 0$
- (b) $x^2 - y^2 = 4$

2 Retas

1. Encontre as equações paramétricas para a reta que passa pelo ponto $P_0(-2, 0, 4)$ e é paralela ao vetor $\vec{v} = 2\hat{i} + 4\hat{j} - 2\hat{k}$.
2. Para os pares de pontos abaixo, determine as equações paramétricas da reta que passam por eles e o intervalo do parâmetro t que dá o segmento de reta que os liga.
- (a) $P(-3, 2, -3)$ e $Q(1, -1, 4)$
- (b) $P(1, -5, 2)$ e $Q(0, 2, 7)$
3. Determine as equações paramétricas da reta que passa pelo ponto $P(3, -2, 1)$ e

é paralela à reta

$$r : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - t \\ z = 3t \end{cases}$$

4. Determine as equações paramétricas da reta que passa pelo ponto $P(2, 3, 0)$ e é ortogonal aos vetores

$$\begin{aligned} \vec{u} &= \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}, \\ \vec{v} &= 3\hat{i} + 4\hat{j} + 5\hat{k}. \end{aligned}$$

5. Determine o valor de m para que as retas abaixo sejam ortogonais entre si:

$$r : \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 3 - t \\ z = 5t \end{cases} \quad \text{e}$$

$$s : \begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2 - mt \\ z = 1 \end{cases}$$

6. O ponto $S(-1, 1, 5)$ está mais próximo de qual das retas abaixo?

$$r : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - t \\ z = 1 + 2t \end{cases} \quad \text{e}$$

$$s : \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 3 - t \\ z = 5t \end{cases}$$

3 Planos

1. Encontre a equação do plano que passa pelo ponto $P_0(2, 6, -4)$ e é paralelo ao plano

$$M : 2x - y + 3z = 5$$

2. Encontre a equação do plano que passa pelo pontos $A(1, 1, -1)$, $B(2, 0, 2)$ e $C(0, -2, 1)$.

3. Encontre a equação de um plano que é perpendicular à reta

$$r : \begin{cases} x = 5 + t \\ y = 1 + 3t \\ z = 4t \end{cases}$$

4. Para cada par de ponto e plano dado abaixo, determine a distância do ponto ao plano:

(a) $P(2, -3, 4)$ e $M : x + 2y + 2z = 13$

(b) $P(2, 2, 3)$ e $M : 2x + y + 2z = 4$

(c) $P(1, 0, -1)$ e $M : -4x + z = 4$

5. Determine a distância entre os planos:

$$M : x + 2y + 6z = 1 \text{ e}$$

$$N : x + 2y + 6z = 10.$$

6. Encontre o ângulo entre os planos:

(a)

$$M : x + y + z = 0 \text{ e}$$

$$N : z = 1$$

(b)

$$M : 5x + y - z = 10 \text{ e}$$

$$N : x - 2y + 3z = -1$$

7. Determine, caso exista, o ponto de interseção entre a reta e plano dados abaixo:

(a)

$$r : \begin{cases} x = 5 - t \\ y = 3t \\ z = 1 + t \end{cases} \text{ e}$$

$$M : 2x - y + 3z = 6$$

(b)

$$r : \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 + 2t \\ z = -2 - 2t \end{cases} \text{ e}$$

$$M : 6x + 3y - 4z = -12$$

(c)

$$r : \begin{cases} x = 5 + t \\ y = 2t \\ z = 1 + 4t \end{cases} \text{ e}$$

$$M : 2x - 3y + z = 2$$

8. Determine a equação do plano que contém as retas r e s dadas abaixo:

$$r : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - t \\ z = 1 + 2t \end{cases} \text{ e}$$

$$s : \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 3 - 2t \\ z = 4t \end{cases}$$