Lista 2 de Probabilidade e Estatística - PE 2207
Prof. Ronaldo

27 de agosto de 2018

Conceitos Básicos de Probabilidade

1. Expresse cada um dos eventos a seguir em termos dos eventos A, B e C e das operações entre conjuntos: união, interseção e complemento. Em cada caso, desenhe o diagrama de Venn correspondente.

   (a) Ao menos um dos eventos A, B ou C ocorre.

   (b) No máximo um dos eventos A, B ou C ocorre.

   (c) Nenhum dos eventos A, B ou C ocorre.

   (d) Todos os três eventos A, B e C ocorrem.

   (e) Exatamente um dos eventos A, B e C ocorrem.

   (f) Os eventos A e B ocorrem, mas não C.

2. Uma empresa de seguros oferece 4 níveis de dedução – nenhum, baixo, médio e alto – para os possuidores de apólices de seguro residenciais e 3 níveis diferentes – baixo, médio e alto – para os possuidores de apólices de seguro de automóveis. A tabela a seguir fornece as proporções das diversas categorias de segurados que possuem ambos os tipos de seguro. Por exemplo, a proporção de indivíduos com baixa dedução de seguro residencial e baixa dedução de seguro de automóveis é $0,06$ (6 de todos os indivíduos). Supondo que um indivíduo que possui ambos os tipos de seguro seja selecionado aleatoriamente, determine:

	Casa			
Carro	N	B	M	A
B	0,04	0,06	0,05	0,03
M	0,07	0,10	0,20	0,10
A	0,02	0,03	0,15	0,15

   (a) A probabilidade de que o indivíduo tenha dedução média de automóvel e alta de residência.

   (b) A probabilidade de que o indivíduo tenha uma dedução baixa de automóvel e uma dedução baixa de residência.

   (c) A probabilidade de que um indivíduo esteja na mesma categoria para deduções de automóvel e residência.

   (d) Com base na resposta do item (c), a probabilidade de que as duas categorias sejam diferentes.

   (e) A probabilidade de que o indivíduo tenha ao menos um nível baixo de dedução.

   (f) Usando a resposta do item (e), a probabilidade de que nenhum nível de dedução seja baixo.

3. Considere o tipo de secadora de roupas (a gás ou elétrica) comprada por cinco clientes diferentes em uma loja.

   (a) Se a probabilidade de, no máximo, um desses clientes fazer a compra de uma secadora elétrica for de $0,428$, qual será a probabilidade de ao menos dois clientes comprarem uma secadora elétrica?

   (b) Se os cinco comprarem a gás é $P_{5g} = 0,116$ e os cinco comprarem elétricas é $P_{5e} = 0,005$, qual será a probabilidade de haver uma compra de ao menos uma de cada tipo?

4. Um pesquisador está estudando os efeitos da temperatura, da pressão e do tipo de catalisador no resultado de certa reação química. Três temperaturas diferentes, quatro pressões diferentes e cinco catalisadores diferentes são considerados para realização de testes.

(a) Se cada teste envolver a utilização de uma única temperatura, pressão e catalisador, quantos testes serão possíveis?

(b) Quantos testes envolvem o uso da menor temperatura e de duas menores pressões?

(c) Suponha que cinco testes diferentes sejam feitos no primeiro dia de experiência. Se os cinco forem selecionados aleatoriamente dentre todas as possibilidades, de forma que qualquer grupo de cinco tenha a mesma probabilidade de escolha, qual a probabilidade de que um catalisador diferente seja usado em cada teste?

(d) Se o pesquisador deve escolher um valor para a temperatura, um para pressão e um catalisador, nesta ordem, obrigatoriamente. Construa um diagrama de árvore que apresente todas as formas possíveis de valores para cada teste.

5. Uma caixa em um depósito contém quatro lâmpadas de 40W, cinco de 60W e seis de 75W. Suponha que três lâmpadas sejam selecionadas aleatoriamente.

(a) Qual a probabilidade de que exatamente duas das lâmpadas selecionadas sejam de 75W?

(b) Qual a probabilidade de que as três lâmpadas selecionadas tenham a mesma potência?

(c) Qual a probabilidade de que uma lâmpada de cada tipo seja selecionada?

(d) Suponha que as lâmpadas sejam selecionadas uma a uma até que seja encontrada uma de 75W. Qual a probabilidade de que seja necessário examinar pelo menos seis lâmpadas?

6. Considere as seguintes probabilidades associadas a três eventos A, B e C:

$$P(A) = 0.75, \quad P(B|A) = 0.9, \quad P(B|A^c) = 0.8,$$

$$P(C|A \cap B) = 0.8, \quad P(C|A \cap B^c) = 0.6$$

$$P(C|A^c \cap B) = 0.7, \quad P(C|A^c \cap B^c) = 0.3\,.$$

Determine:

(a) $P(A \cap B \cap C)$.

(b) $P(B \cap C)$.

(c) $P(C)$.

(d) $P(A|B \cap C)$.

7. Uma serraria recebe um lote de 10000 tábuas. É verificado que 20% dessas tábuas estão muito verdes para serem usadas em construção de primeira qualidade.

(a) Duas tábuas são selecionadas aleatoriamente, uma após a outra. Sejam $A = \{\text{a primeira tábua está verde}\}$ e $B = \{\text{a segunda tábua está verde}\}$. Calcule $P(A)$, $P(B)$ e $P(A \bigcap B)$. A e B são independentes? Sugestão: expresse $P(B)$ usando o teorema da probabilidade total.

(b) Assumindo A e B independentes e $P(A) = P(B) = 0.2$, quanto é $P(A \cap B)$? Qual é a diferença entre essa resposta e a do item (a)? Para fins de cálculo de $P(A \cap B)$, podemos supor que e sejam independentes unicamente para obter a probabilidade correta?

(c) Suponha que o lote consista em 10 tábuas, das quais 2 estão verdes. A hipótese de independência agora apresenta aproximadamente a resposta correta para $P(A \bigcap B)$? Qual é a principal diferença entre a situação descrita aqui e a do item (a)? Quando você considera que a independência seria válida para a obtenção de uma resposta aproximadamente correta para $P(A \bigcap B)$?

8. A junta de uma aeronave requer 25 rebites. A junta terá que ser refeita se qualquer um dos rebites estiver defeituoso. Suponha que os defeitos dos rebites sejam independentes um do outro e tenham a mesma probabilidade.

(a) Se 20% de todas as juntas tiverem que ser refeitas, qual será a probabilidade de um rebite ter defeito?

(b) Quão pequena deve ser a probabilidade de um rebite ter defeito para garantir que apenas 10% das juntas tenham de ser refeitas?