Probabilidade e Estatística

Aula 7: Intervalos de Confiança com uma amostra

Leitura obrigatória:

Devore, cap 7 ou Montgomery e Runger, cap 8

Objetivos

Como inferir sobre um parâmetro da população, baseados em dados de uma amostra??

Esta parte da estatística, chamada inferência estatística, assume que erros podem acontecer pelo fato de termos dados limitados (para uma amostra) e não para a população.

De fato, vimos que os valores das estatísticas variam de amostra para amostra. MAS, um grande avanço é, para o caso da média amostral, sabemos como ela varia, ou seja, conhecemos a sua distribuição de probabilidade (TLC)!!

Objetivos

Os parâmetros que vamos estudar são a média populacional, μ, e a proporção populacional, p.

Vamos obter:

1. Intervalos de confiança para a média populacional, μ:
   - quando o desvio-padrão da população σ é conhecido
   - quando o desvio-padrão da população σ é desconhecido

2. Intervalos de confiança para a proporção de sucessos na população, p.

3. Determinar o tamanho necessário da amostra para um intervalo de confiança da média, μ, ou da proporção, p.

Estimativa Pontual

- Uma **estimativa pontual** é um único "chute" para o valor de um parâmetro. Para a média populacional, a estimativa pontual usada é a média amostral.

- Um **intervalo de confiança** fornece um conjunto de "chutes" para os parâmetros levando em conta que existe variação nas amostras possíveis.

Estimativas de Intervalo de Confiança

Os intervalos de confiança que veremos no curso são simétricos:

IC(parâmetro)=Estimativa Pontual ± margem de erro = (lim inf, lim sup)

Um intervalo leva em conta:

- Estimativa pontual: $\bar{X}_n$ para μ ou $\hat{p}$ para p.
- Margem de Erro, e: depende da variabilidade de amostras e do nível de confiança queremos para nosso "chute".

Nível de Confiança

- Confiança de que o intervalo contenha o valor real do parâmetro, μ ou p, (que é desconhecido)!

- Cada nível de confiança corresponde a limites inferiores e superiores diferentes.

- Nunca podemos estar 100% certos de que o parâmetro está no intervalo de confiança especificado.

- **Notação:** Para um intervalo com nível de confiança $(1-\alpha)\%$:
  - **Coeficiente de Confiança = $(\mathbf{1}-\boldsymbol{\alpha})$**
  - $\boldsymbol{\alpha}$ é chamado de **nível de significância.**
  - Ex: 95% de confiança $\Rightarrow 1-\alpha = 0.95 \Rightarrow \alpha = 0.05$

Intervalos de Confiança para a média populacional, μ:

Estimativas de Intervalo de Confiança

- Como especificamos o limite inferior e o limite superior do intervalo de confiança?

- Queremos um intervalo:

$$IC(\mu, 1-\alpha) = (limite\ superior, limite\ inferior)$$

tal que a probabilidade deste intervalo conter o verdadeiro valor do parâmetro é alta (igual ao coeficiente de confiança desejado)

$$P(lim_{inferior} \leq \mu \leq lim_{superior}) = 1 - \alpha$$
$$P(\mu \in IC(\mu, 1-\alpha)) = 1 - \alpha$$

Estimativas de Intervalo de Confiança

Vimos na aula anterior que:

A média amostral, $\bar{X}_n$, tem uma relação com μ:

$$\bar{X}_n \sim N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

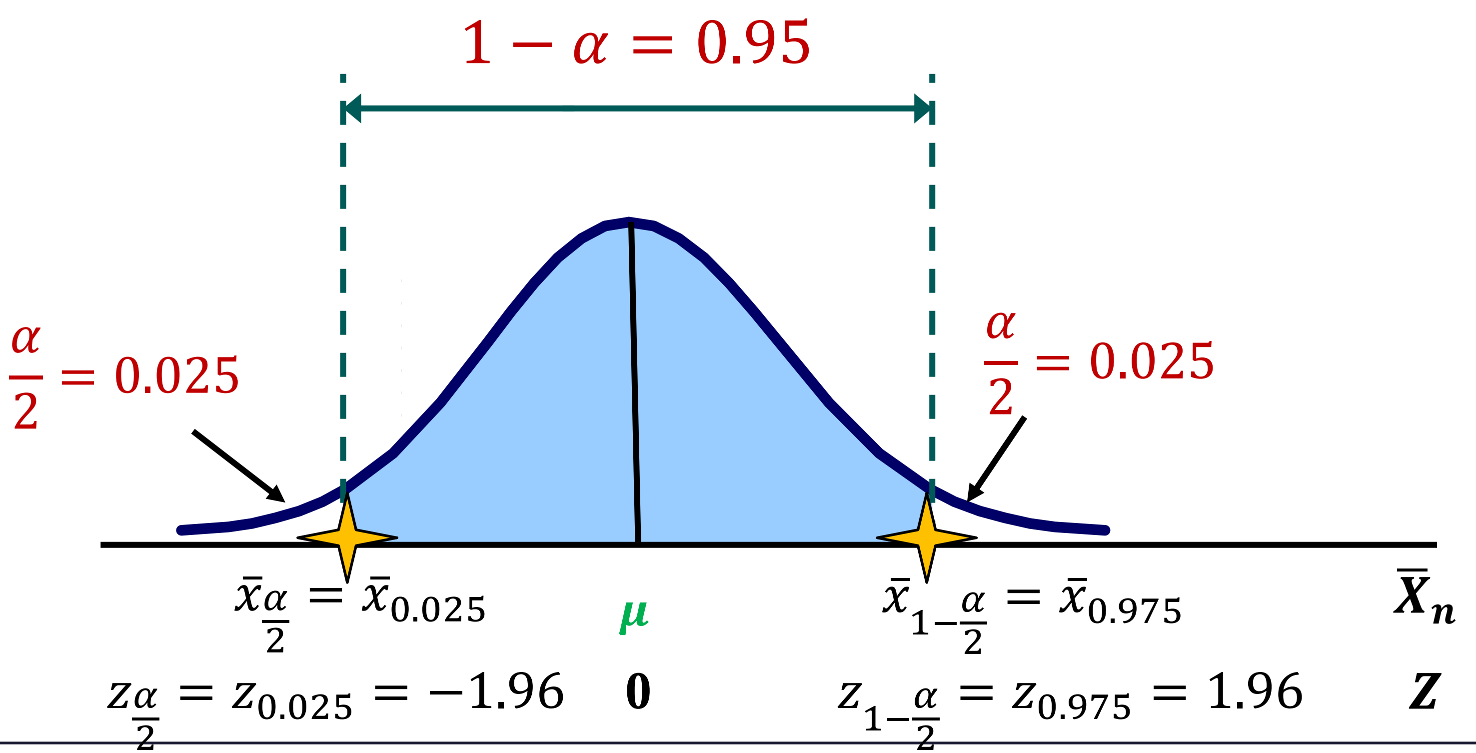
- Se a população for normal: para qualquer n.
- pelo teorema do limite central: se n for grande o suficiente.

Se usamos $\bar{X}_n$ como estimativa pontual, queremos determinar $\boldsymbol{e}$ (margem de erro) tal que:

$$P(|\bar{X}_n - \mu| \leq \boldsymbol{e}) = 1 - \alpha$$

Estimativas de Intervalo de Confiança

$P(|\bar{X}_n - \mu| \leq \boldsymbol{e}) = 1 - \alpha$. Para o exemplo, assuma $1 - \alpha = 0.95$



Transformando de Z para μ

Com $(1-\alpha)$ de probabilidade Z pertence ao intervalo: $(z_{\frac{\alpha}{2}}, z_{1-\frac{\alpha}{2}})$

E lembre que $z_{\frac{\alpha}{2}} = -z_{1-\frac{\alpha}{2}}$

Assim:

$$-z_{1-\frac{\alpha}{2}} \leq Z \leq z_{1-\frac{\alpha}{2}}$$

$$-z_{1-\frac{\alpha}{2}} \leq \frac{\bar{X}_n - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \leq z_{1-\frac{\alpha}{2}}$$

$$\bar{X}_n - \underbrace{z_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}}_{\substack{\text{margem} \\ \text{de erro} = e}} \leq \mu \leq \bar{X}_n + \underbrace{z_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}}_{\substack{\text{margem} \\ \text{de erro} = e}}$$

a verdadeira média está neste intervalo com probabilidade (1-α).
O intervalo é que é aleatório!

Estimativas de Intervalo de Confiança

O intervalo de confiança para média é:

$$IC(\mu, 1-\alpha) = \bar{X}_n \pm z_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = (lim_{inferior}, lim_{superior})$$

Precisamos saber:

- $1-\alpha$: nível de confiança que é especificado pelo pesquisador.
- $\bar{X}_n$: calculado partindo de uma amostra aleatória $\{X_1, \dots, X_n\}$.
- $z_{1-\frac{\alpha}{2}}$: obtido da tabela da acumulada da normal padrão.
- σ??? Como obter o desvio-padrão da população??

Caso 1: Intervalo de Confiança para μ com σ conhecido

Caso 1: Intervalo de Confiança para μ (σ Conhecido)

!

Hipóteses:

- **O desvio-padrão populacional σ é conhecido**;
- A população é normalmente distribuída;
- Se a população não for normal, use uma amostra grande.

A estimativa para o Intervalo de Confiança é:

$$IC(\mu, 1-\alpha) = \bar{X}_n \pm z_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

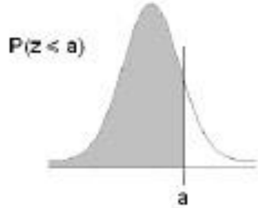
(em que $z_{1-\alpha/2}$ é o valor crítico de uma normal padrão, ou seja, o valor que deixa uma probabilidade de $\alpha/2$ em cada cauda da distribuição).

Encontrando o Valor Crítico: $z_{1-\alpha/2}$

Os níveis de confiança normalmente usados são: 90%, 95% e 99%

Nivel de Confiança	*Coeficiente de Confiança*	*Valor Crítico* $z_{1-\frac{\alpha}{2}}$
80%	**.80**	**1.28**
90%	**.90**	**1.645**
95%	**.95**	**1.96**
98%	**.98**	**2.33**
99%	**.99**	**2.58**
99.8%	**.998**	**3.08**
99.9%	**.999**	**3.27**

TABELA NORMAL PADRÃO



a	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
-3,0	0,0013	0,0013	0,0013	0,0012	0,0012	0,0011	0,0011	0,0011	0,0010	0,0010
-2,9	0,0019	0,0018	0,0018	0,0017	0,0016	0,0016	0,0015	0,0015	0,0014	0,0014
-2,8	0,0026	0,0025	0,0024	0,0023	0,0023	0,0022	0,0021	0,0021	0,0020	0,0019
-2,7	0,0035	0,0034	0,0033	0,0032	0,0031	0,0030	0,0029	0,0028	0,0027	0,0026
-2,6	0,0047	0,0045	0,0044	0,0043	0,0041	0,0040	0,0039	0,0038	0,0037	0,0036
-2,5	0,0062	0,0060	0,0059	0,0057	0,0055	0,0054	0,0052	0,0051	0,0049	0,0048
-2,4	0,0082	0,0080	0,0078	0,0075	0,0073	0,0071	0,0069	0,0068	0,0066	0,0064
-2,3	0,0107	0,0104	0,0102	0,0099	0,0096	0,0094	0,0091	0,0089	0,0087	0,0084
-2,2	0,0139	0,0136	0,0132	0,0129	0,0125	0,0122	0,0119	0,0116	0,0113	0,0110
-2,1	0,0179	0,0174	0,0170	0,0166	0,0162	0,0158	0,0154	0,0150	0,0146	0,0143
-2,0	0,0228	0,0222	0,0217	0,0212	0,0207	0,0202	0,0197	0,0192	0,0188	0,0183
-1,9	0,0287	0,0281	0,0274	0,0268	0,0262	0,0256	0,0250	0,0244	0,0239	0,0233
-1,8	0,0359	0,0351	0,0344	0,0336	0,0329	0,0322	0,0314	0,0307	0,0301	0,0294
-1,7	0,0446	0,0436	0,0427	0,0418	0,0409	0,0401	0,0392	0,0384	0,0375	0,0367
-1,6	0,0548	0,0537	0,0526	0,0516	0,0505	0,0495	0,0485	0,0475	0,0465	0,0455
-1,5	0,0668	0,0655	0,0643	0,0630	0,0618	0,0606	0,0594	0,0582	0,0571	0,0559
-1,4	0,0808	0,0793	0,0778	0,0764	0,0749	0,0735	0,0721	0,0708	0,0694	0,0681
-1,3	0,0968	0,0951	0,0934	0,0918	0,0901	0,0885	0,0869	0,0853	0,0838	0,0823
-1,2	0,1151	0,1131	0,1112	0,1093	0,1075	0,1056	0,1038	0,1020	0,1003	0,0985
-1,1	0,1357	0,1335	0,1314	0,1292	0,1271	0,1251	0,1230	0,1210	0,1190	0,1170
-1,0	0,1587	0,1562	0,1539	0,1515	0,1492	0,1469	0,1446	0,1423	0,1401	0,1379
-0,9	0,1841	0,1814	0,1788	0,1762	0,1736	0,1711	0,1685	0,1660	0,1635	0,1611
-0,8	0,2119	0,2090	0,2061	0,2033	0,2005	0,1977	0,1949	0,1922	0,1894	0,1867
-0,7	0,2420	0,2389	0,2358	0,2327	0,2296	0,2266	0,2236	0,2206	0,2177	0,2148
-0,6	0,2743	0,2709	0,2676	0,2643	0,2611	0,2578	0,2546	0,2514	0,2483	0,2451
-0,5	0,3085	0,3050	0,3015	0,2981	0,2946	0,2912	0,2877	0,2843	0,2810	0,2776
-0,4	0,3446	0,3409	0,3372	0,3336	0,3300	0,3264	0,3228	0,3192	0,3156	0,3121
-0,3	0,3821	0,3783	0,3745	0,3707	0,3669	0,3632	0,3594	0,3557	0,3520	0,3483
-0,2	0,4207	0,4168	0,4129	0,4090	0,4052	0,4013	0,3974	0,3936	0,3897	0,3859
-0,1	0,4602	0,4562	0,4522	0,4483	0,4443	0,4404	0,4364	0,4325	0,4286	0,4247
0,0	0,5000	0,4960	0,4920	0,4880	0,4840	0,4801	0,4761	0,4721	0,4681	0,4641

a	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990

Intervalos e Níveis de Confiança

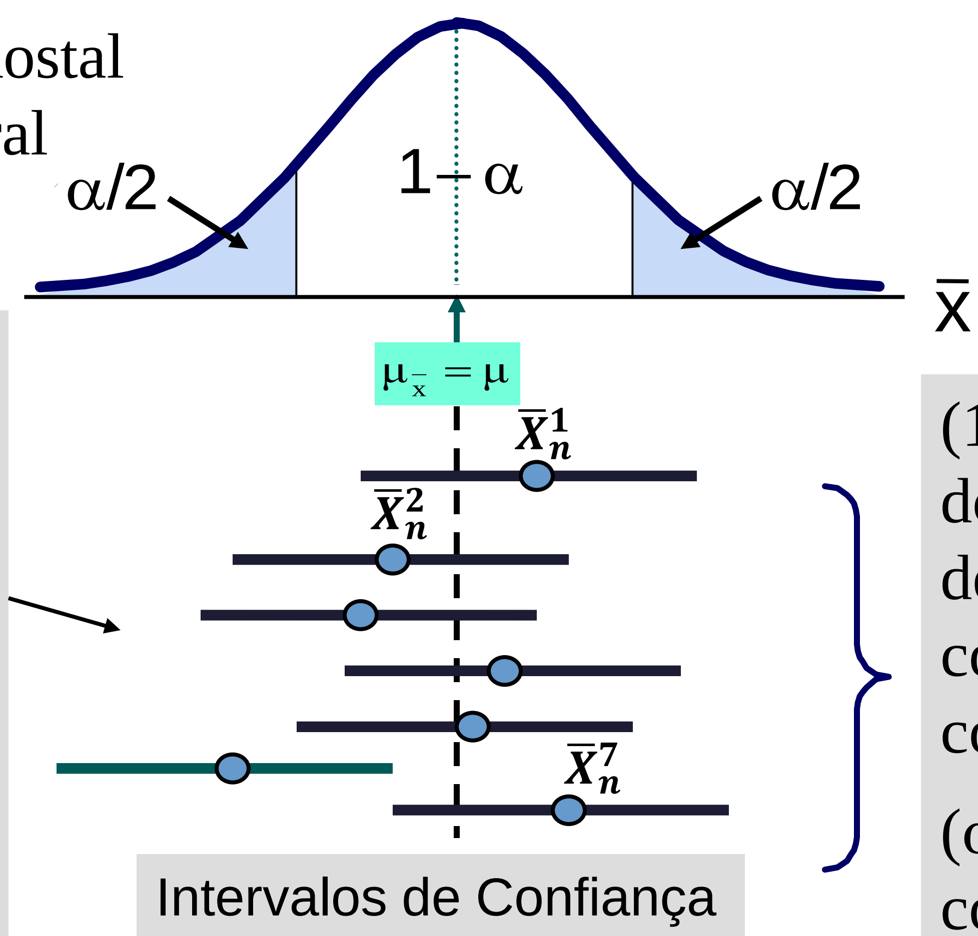
- Suponha que o nível de confiança = 95%
- Um intervalo de confiança específico já estimado contém ou não contém o valor real do parâmetro.

- Interpretação em termos de frequência relativa:
  - No longo prazo 95% de todos os intervalos de confiança construídos desta forma contém o real valor desconhecido do parâmetro.

  - Ver http://www.stat.sc.edu/~west/javahtml/ConfidenceInterval.html

Intervalos e Níveis de Confiança

Distribuição Amostal
da média amostral



Intervalos vão de

$$\bar{X}_n - z_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

a

$$\bar{X}_n + z_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

(1-α)x100% dos intervalos de confiança construídos contem μ;

(α)x100% não contem μ!

Caso 1: IC para μ com σ conhecido

Exercício 1: Uma amostra de 11 circuitos de uma população **normal** tem resistência média de 2.20 ohms. Nós sabemos de testes passados que o desvio-padrão populacional é de 0.35 ohms.

Determine o Intervalo de Confiança de 95% para o valor verdadeiro da resistência média na população.

Caso 1: IC para μ com σ conhecido

$$1-\alpha = 0.95 \Longrightarrow \alpha = 0.05$$

- Solução:

$$IC(\mu, 1-\alpha) = \bar{X}_n \pm z_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$= 2.20 \pm 1.96\left(\frac{0.35}{\sqrt{11}}\right)$$

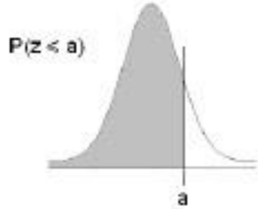
$$= 2.20 \pm 0.2068$$

$$= (1.993, 2.407)$$

- Nós estamos 95% confiantes de que o verdadeiro valor da resistência média está entre 1.993 e 2.407 ohms

- A verdadeira média pode ou não estar contida neste intervalo, e sabemos que 95% dos intervalos construídos desta forma conterão o verdadeiro valor da média.

TABELA NORMAL PADRÃO



a	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
-3,0	0,0013	0,0013	0,0013	0,0012	0,0012	0,0011	0,0011	0,0011	0,0010	0,0010
-2,9	0,0019	0,0018	0,0018	0,0017	0,0016	0,0016	0,0015	0,0015	0,0014	0,0014
-2,8	0,0026	0,0025	0,0024	0,0023	0,0023	0,0022	0,0021	0,0021	0,0020	0,0019
-2,7	0,0035	0,0034	0,0033	0,0032	0,0031	0,0030	0,0029	0,0028	0,0027	0,0026
-2,6	0,0047	0,0045	0,0044	0,0043	0,0041	0,0040	0,0039	0,0038	0,0037	0,0036
-2,5	0,0062	0,0060	0,0059	0,0057	0,0055	0,0054	0,0052	0,0051	0,0049	0,0048
-2,4	0,0082	0,0080	0,0078	0,0075	0,0073	0,0071	0,0069	0,0068	0,0066	0,0064
-2,3	0,0107	0,0104	0,0102	0,0099	0,0096	0,0094	0,0091	0,0089	0,0087	0,0084
-2,2	0,0139	0,0136	0,0132	0,0129	0,0125	0,0122	0,0119	0,0116	0,0113	0,0110
-2,1	0,0179	0,0174	0,0170	0,0166	0,0162	0,0158	0,0154	0,0150	0,0146	0,0143
-2,0	0,0228	0,0222	0,0217	0,0212	0,0207	0,0202	0,0197	0,0192	0,0188	0,0183
-1,9	0,0287	0,0281	0,0274	0,0268	0,0262	0,0256	0,0250	0,0244	0,0239	0,0233
-1,8	0,0359	0,0351	0,0344	0,0336	0,0329	0,0322	0,0314	0,0307	0,0301	0,0294
-1,7	0,0446	0,0436	0,0427	0,0418	0,0409	0,0401	0,0392	0,0384	0,0375	0,0367
-1,6	0,0548	0,0537	0,0526	0,0516	0,0505	0,0495	0,0485	0,0475	0,0465	0,0455
-1,5	0,0668	0,0655	0,0643	0,0630	0,0618	0,0606	0,0594	0,0582	0,0571	0,0559
-1,4	0,0808	0,0793	0,0778	0,0764	0,0749	0,0735	0,0721	0,0708	0,0694	0,0681
-1,3	0,0968	0,0951	0,0934	0,0918	0,0901	0,0885	0,0869	0,0853	0,0838	0,0823
-1,2	0,1151	0,1131	0,1112	0,1093	0,1075	0,1056	0,1038	0,1020	0,1003	0,0985
-1,1	0,1357	0,1335	0,1314	0,1292	0,1271	0,1251	0,1230	0,1210	0,1190	0,1170
-1,0	0,1587	0,1562	0,1539	0,1515	0,1492	0,1469	0,1446	0,1423	0,1401	0,1379
-0,9	0,1841	0,1814	0,1788	0,1762	0,1736	0,1711	0,1685	0,1660	0,1635	0,1611
-0,8	0,2119	0,2090	0,2061	0,2033	0,2005	0,1977	0,1949	0,1922	0,1894	0,1867
-0,7	0,2420	0,2389	0,2358	0,2327	0,2296	0,2266	0,2236	0,2206	0,2177	0,2148
-0,6	0,2743	0,2709	0,2676	0,2643	0,2611	0,2578	0,2546	0,2514	0,2483	0,2451
-0,5	0,3085	0,3050	0,3015	0,2981	0,2946	0,2912	0,2877	0,2843	0,2810	0,2776
-0,4	0,3446	0,3409	0,3372	0,3336	0,3300	0,3264	0,3228	0,3192	0,3156	0,3121
-0,3	0,3821	0,3783	0,3745	0,3707	0,3669	0,3632	0,3594	0,3557	0,3520	0,3483
-0,2	0,4207	0,4168	0,4129	0,4090	0,4052	0,4013	0,3974	0,3936	0,3897	0,3859
-0,1	0,4602	0,4562	0,4522	0,4483	0,4443	0,4404	0,4364	0,4325	0,4286	0,4247
0,0	0,5000	0,4960	0,4920	0,4880	0,4840	0,4801	0,4761	0,4721	0,4681	0,4641

a	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	$\boxed{0,9750}$	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990

Caso 1: IC para μ com σ conhecido

Exercício 2: Assuma que a porosidade do hélio (em porcentagem) das amostras de carvão tiradas de qualquer junta específica seja normalmente distribuída com desvio padrão de 0.75. Determine:

a) o IC de 95% da porosidade média real de uma junta, caso a porosidade média de 20 da seus espécimes seja 4.85.

b) o IC de 95% da porosidade média real de uma junta, caso a porosidade média de **16** da seus espécimes seja 4.85.

c) o IC de **98%** da porosidade média real de uma junta, caso a porosidade média de 20 da seus espécimes seja 4.85.

Caso 1: IC para μ com σ conhecido

Solução:

a) Com $n = 20$:

$$IC(\mu, 1-\alpha) = \bar{X}_n \pm z_{1-\frac{0.05}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 4.85 \pm 1.96\left(\frac{0.75}{\sqrt{20}}\right) = (4.521, 5.179)$$

A partir de amostra de 20 espécimes, nós estamos 95% confiantes de que o verdadeiro valor da porosidade média está neste intervalo.

Solução:

b) Com n = 16:

$$IC(\mu, 1-\alpha) = \bar{X}_n \pm z_{1-\frac{0.05}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 4.85 \pm 1.96\left(\frac{0.75}{\sqrt{16}}\right) = (4.482, 5.217)$$

Quanto **maior** o tamanho da amostra, **menor** a amplitude do intervalo de confiança

Caso 1: IC para μ com σ conhecido

Solução:

a) Com 95% de confiança:

$$IC(\mu, 1-\alpha) = \bar{X}_n \pm z_{1-\frac{0.05}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 4.85 \pm 1.96\left(\frac{0.75}{\sqrt{20}}\right) = (4.521, 5.179)$$

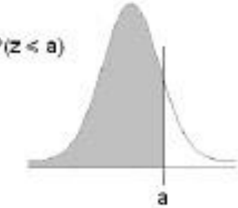
Solução:

c) Com 98% de confiança:

$$IC(\mu, 1-\alpha) = \bar{X}_n \pm z_{1-\frac{0.02}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 4.85 \pm 2.33\left(\frac{0.75}{\sqrt{20}}\right) = (4.459, 5.241)$$

Quanto **maior** o nível de confiança, **maior** é a amplitude do intervalo de confiança!

TABELA NORMAL PADRÃO



a	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
-3,0	0,0013	0,0013	0,0013	0,0012	0,0012	0,0011	0,0011	0,0011	0,0010	0,0010
-2,9	0,0019	0,0018	0,0018	0,0017	0,0016	0,0016	0,0015	0,0015	0,0014	0,0014
-2,8	0,0026	0,0025	0,0024	0,0023	0,0023	0,0022	0,0021	0,0021	0,0020	0,0019
-2,7	0,0035	0,0034	0,0033	0,0032	0,0031	0,0030	0,0029	0,0028	0,0027	0,0026
-2,6	0,0047	0,0045	0,0044	0,0043	0,0041	0,0040	0,0039	0,0038	0,0037	0,0036
-2,5	0,0062	0,0060	0,0059	0,0057	0,0055	0,0054	0,0052	0,0051	0,0049	0,0048
-2,4	0,0082	0,0080	0,0078	0,0075	0,0073	0,0071	0,0069	0,0068	0,0066	0,0064
-2,3	0,0107	0,0104	0,0102	0,0099	0,0096	0,0094	0,0091	0,0089	0,0087	0,0084
-2,2	0,0139	0,0136	0,0132	0,0129	0,0125	0,0122	0,0119	0,0116	0,0113	0,0110
-2,1	0,0179	0,0174	0,0170	0,0166	0,0162	0,0158	0,0154	0,0150	0,0146	0,0143
-2,0	0,0228	0,0222	0,0217	0,0212	0,0207	0,0202	0,0197	0,0192	0,0188	0,0183
-1,9	0,0287	0,0281	0,0274	0,0268	0,0262	0,0256	0,0250	0,0244	0,0239	0,0233
-1,8	0,0359	0,0351	0,0344	0,0336	0,0329	0,0322	0,0314	0,0307	0,0301	0,0294
-1,7	0,0446	0,0436	0,0427	0,0418	0,0409	0,0401	0,0392	0,0384	0,0375	0,0367
-1,6	0,0548	0,0537	0,0526	0,0516	0,0505	0,0495	0,0485	0,0475	0,0465	0,0455
-1,5	0,0668	0,0655	0,0643	0,0630	0,0618	0,0606	0,0594	0,0582	0,0571	0,0559
-1,4	0,0808	0,0793	0,0778	0,0764	0,0749	0,0735	0,0721	0,0708	0,0694	0,0681
-1,3	0,0968	0,0951	0,0934	0,0918	0,0901	0,0885	0,0869	0,0853	0,0838	0,0823
-1,2	0,1151	0,1131	0,1112	0,1093	0,1075	0,1056	0,1038	0,1020	0,1003	0,0985
-1,1	0,1357	0,1335	0,1314	0,1292	0,1271	0,1251	0,1230	0,1210	0,1190	0,1170
-1,0	0,1587	0,1562	0,1539	0,1515	0,1492	0,1469	0,1446	0,1423	0,1401	0,1379
-0,9	0,1841	0,1814	0,1788	0,1762	0,1736	0,1711	0,1685	0,1660	0,1635	0,1611
-0,8	0,2119	0,2090	0,2061	0,2033	0,2005	0,1977	0,1949	0,1922	0,1894	0,1867
-0,7	0,2420	0,2389	0,2358	0,2327	0,2296	0,2266	0,2236	0,2206	0,2177	0,2148
-0,6	0,2743	0,2709	0,2676	0,2643	0,2611	0,2578	0,2546	0,2514	0,2483	0,2451
-0,5	0,3085	0,3050	0,3015	0,2981	0,2946	0,2912	0,2877	0,2843	0,2810	0,2776
-0,4	0,3446	0,3409	0,3372	0,3336	0,3300	0,3264	0,3228	0,3192	0,3156	0,3121
-0,3	0,3821	0,3783	0,3745	0,3707	0,3669	0,3632	0,3594	0,3557	0,3520	0,3483
-0,2	0,4207	0,4168	0,4129	0,4090	0,4052	0,4013	0,3974	0,3936	0,3897	0,3859
-0,1	0,4602	0,4562	0,4522	0,4483	0,4443	0,4404	0,4364	0,4325	0,4286	0,4247
0,0	0,5000	0,4960	0,4920	0,4880	0,4840	0,4801	0,4761	0,4721	0,4681	0,4641

a	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	$\boxed{0,9750}$	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	$\boxed{0,9901}$	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990

Caso 2: Intervalo de Confiança para μ com σ desconhecido

Caso 2: IC para μ com σ Desconhecido

- Se o desvio-padrão populacional σ for desconhecido, nós podemos substituí-lo pelo desvio-padrão amostral, S:

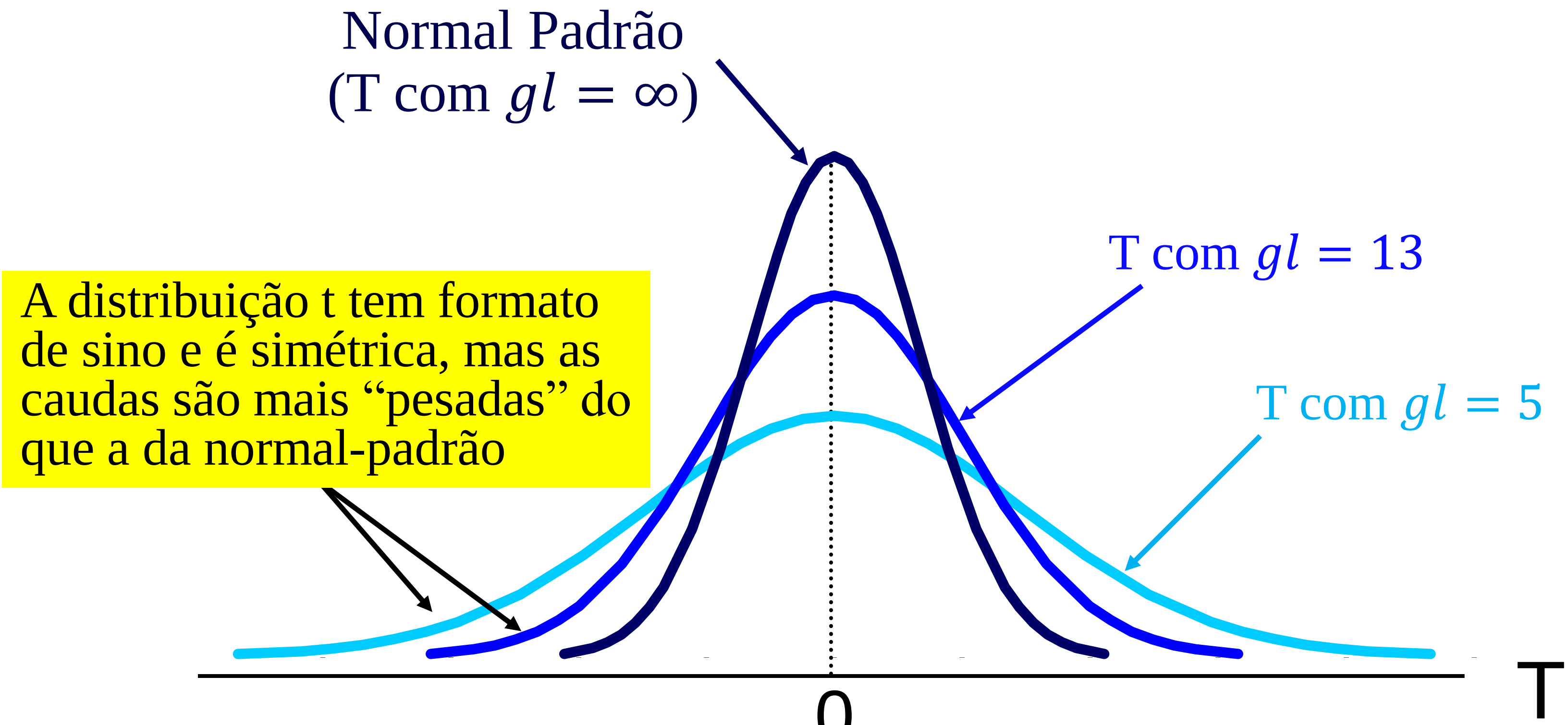
$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X}_n)^2}{n-1}}$$

- Isto introduz uma <u>incerteza extra</u>, uma vez que S varia de amostra para amostra.

- Por isso, usamos a ***distribuição T de Student*** no lugar da distribuição normal (a distribuição T tem caudas mais pesadas do que a normal-padrão)

Distribuição T de Student

Observação: A distribuição T converge para distribuição $Z = N(0,1)$ quando n aumenta!!



Distribuição T de Student

- A distribuição t depende de um parâmetro chamado graus de liberdade (gl)
  - Número de observações que variam livremente uma vez que a média amostral for calculada:

$$\boldsymbol{gl = n - 1}$$

Graus de Liberdade

Ideia: Número de observações que são livres uma vez que a média amostral é calculada.

Exemplo: Suponha que a média de 3 números é 8.0

- Seja $X_1 = 7$
- Seja $X_2 = 8$
- X_3?

Se a média destes 3 valores é 8.0, então X_3 tem que ser 9 (i.e., X_3 não é livre para variar)!

Aqui, n = 3, então graus de liberdade = $n - 1 = 3 - 1 = 2$

(2 valores podem ser qualquer número, mas o terceiro não é livre para variar se a média é dada)

Tabela da T de Student

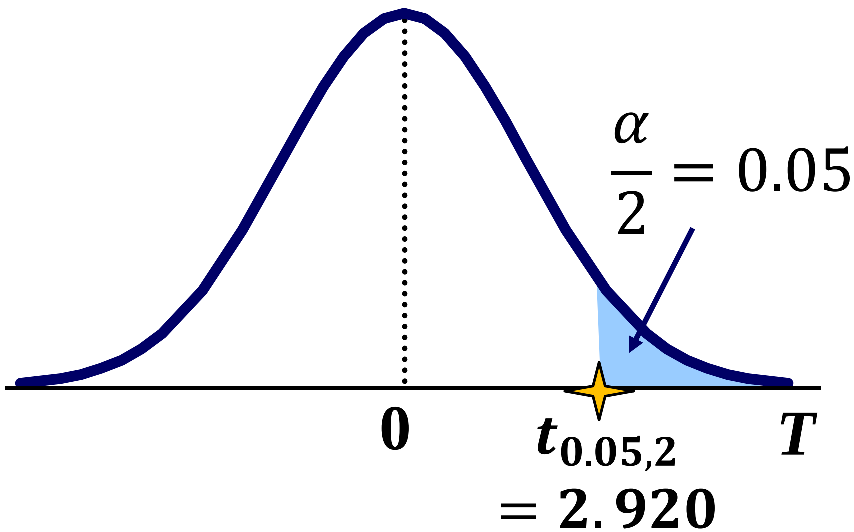
Sejam:

$\boldsymbol{n = 3}$

$\Rightarrow gl = n - 1 = 2$

$\boldsymbol{\alpha = 0.10}$

$\Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0.05$



	Área da Cauda Superior		
gl	0.25	0.10	**0.05**
1	1.000	3.078	6.314
2	0.817	1.886	**2.920**
3	0.765	1.638	2.353

As células da tabela contém os valores t e não probabilidades!!

<u>Diferente da tabela da normal!!</u>

IC para μ com σ desconhecido

Hipóteses:

- O desvio-padrão populacional é **desconhecido**
- A população é normalmente distribuída
- Se a população não for normal, use uma amostra grande

Estimativa Invervalo de Confiança:

$$IC(\mu, 1-\alpha) = \bar{X}_n \pm t_{\frac{\alpha}{2}, n-1} \frac{S}{\sqrt{n}}$$

(em que $t_{\frac{\alpha}{2}, n-1}$ é o valor crítico de uma distribuição t com $n-1$ graus de liberdade e uma área de α/2 em cada cauda)

IC para μ com σ desconhecido: Exemplo

Exercício: Uma amostra aleatória de uma população normal com n = 25 tem média amostral $\bar{X}_n = 50$ e desvio-padrão amostral $S = 8$. Construa o intervalo de confiança de 95% para a média populacional μ.

Solução: Como não conhecemos o desvio-padrão populacional, σ, e este é estimado pelo desvio-padrão da amostra, S, devemos usar o seguinte intervalo de confiança:

$$IC(\mu, 1-\alpha) = \bar{X}_n \pm t_{\frac{\alpha}{2}, n-1} \frac{S}{\sqrt{n}}$$

IC para μ com σ desconhecido: Exemplo

Solução:

nº de graus de liberdade, $gl = n - 1 = 24$, então da tabela (ver página a seguir): $t_{0.025,24} = 2.064$.

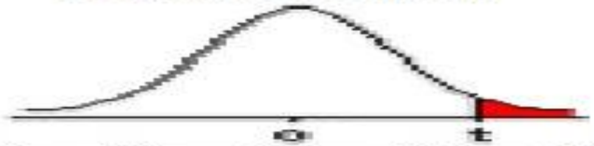
O intervalo de confiança é:

$$IC(\mu, 0.95) = \bar{X}_{25} \pm t_{\frac{0.05}{2},24} \frac{S}{\sqrt{25}}$$

$$= 50 \pm 2.064 * \frac{8}{5}$$

$$= (46.698, 53.302)$$

Distribuição t de Student



gl / I	0,25	0,10	0,05	0,025	0,01	0,0083	0,005
1	1,000	3,078	6,314	12,706	31,821	38,343	63,656
2	0,816	1,886	2,920	4,303	6,965	7,664	9,925
3	0,765	1,638	2,353	3,182	4,541	4,864	5,841
4	0,741	1,533	2,132	2,776	3,747	3,966	4,604
5	0,727	1,476	2,015	2,571	3,365	3,538	4,032
6	0,718	1,440	1,943	2,447	3,143	3,291	3,707
7	0,711	1,415	1,895	2,365	2,998	3,130	3,499
8	0,706	1,397	1,860	2,306	2,896	3,018	3,355
9	0,703	1,383	1,833	2,262	2,821	2,936	3,250
10	0,700	1,372	1,812	2,228	2,764	2,872	3,169
11	0,697	1,363	1,796	2,201	2,718	2,822	3,106
12	0,695	1,356	1,782	2,179	2,681	2,782	3,055
13	0,694	1,350	1,771	2,160	2,650	2,748	3,012
14	0,692	1,345	1,761	2,145	2,624	2,720	2,977
15	0,691	1,341	1,753	2,131	2,602	2,696	2,947
16	0,690	1,337	1,746	2,120	2,583	2,675	2,921
17	0,689	1,333	1,740	2,110	2,567	2,657	2,898
18	0,688	1,330	1,734	2,101	2,552	2,641	2,878
19	0,688	1,328	1,729	2,093	2,539	2,627	2,861
20	0,687	1,325	1,725	2,086	2,528	2,614	2,845
21	0,686	1,323	1,721	2,080	2,518	2,603	2,831
22	0,686	1,321	1,717	2,074	2,508	2,593	2,819
23	0,685	1,319	1,714	2,069	2,500	2,584	2,807
24	0,685	1,318	1,711	$\boxed{2,064}$	2,492	2,575	2,797
25	0,684	1,316	1,708	2,060	2,485	2,568	2,787
26	0,684	1,315	1,706	2,056	2,479	2,561	2,779
27	0,684	1,314	1,703	2,052	2,473	2,554	2,771
28	0,683	1,313	1,701	2,048	2,467	2,548	2,763
29	0,683	1,311	1,699	2,045	2,462	2,543	2,756
30	0,683	1,310	1,697	2,042	2,457	2,537	2,750
35	0,682	1,306	1,690	2,030	2,438	2,516	2,724
40	0,681	1,303	1,684	2,021	2,423	2,501	2,704
45	0,680	1,301	1,679	2,014	2,412	2,488	2,690
50	0,679	1,299	1,676	2,009	2,403	2,479	2,678
60	0,679	1,296	1,671	2,000	2,390	2,465	2,660
70	0,678	1,294	1,667	1,994	2,381	2,454	2,648
80	0,678	1,292	1,664	1,990	2,374	2,447	2,639
90	0,677	1,291	1,662	1,987	2,368	2,441	2,632
100	0,677	1,290	1,660	1,984	2,364	2,436	2,626
110	0,677	1,289	1,659	1,982	2,361	2,433	2,621
120	0,677	1,289	1,658	1,980	2,358	2,430	2,617
130	0,676	1,288	1,657	1,978	2,355	2,427	2,614

Tabela que fornece valores t tais que
$P(t_n > t) = p$, onde n é o número de graus de liberdade

Intervalos de Confiança para a proporção populacional, p:

Intervalo de Confiança para a Proporção Populacional, p

- Uma estimativa de intervalo para a proporção populacional (p) pode ser calculada ao adicionamos uma margem de erro à proporção amostral $\left(\hat{p} = \frac{n_S}{n}\right)$.

Intervalo de Confiança para a Proporção Populacional, p

Lembre-se que, se o tamanho da amostra n é grande, a proporção amostral $\hat{p}$ tem distribuição aproximadamente normal, com desvio-padrão:

$$\sigma_{\hat{p}} = \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$$

Vamos estimar este desvio-padrão usando os dados da amostra:

$$\widehat{\sigma_{\hat{p}}} = \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$$

A estimativa do desvio-padrão, usando a amostra é chamada de Erro-padrão

Intervalo de Confiança para a Proporção Populacional p

Os limites superior e inferior de confiança para a proporção populacional, p, são:

$$IC(p, 1-\alpha) = \hat{p} \pm z_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$$

em que

- $z_{1-\alpha/2}$ é o valor crítico da normal padronizada correspondente ao coeficiente de confiança (1-α) desejado
- $\hat{p}$ é a proporção amostral
- n é o tamanho da amostra

IC para a p

Exercício: Em uma amostra aleatória de 100 pessoas, 25 se declararam canhotos.

Construa um intervalo de confiança de 95% para a real proporção de pessoas que são canhotas na população.

Solução: Sucesso = "canhoto".

p: real proporção de canhotos na população

$$IC(p, 1-\alpha) = \hat{p} \pm z_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$$

$$n = 100, \hat{p} = \frac{25}{100} = 0.25, \alpha = 0.05$$

Da tabela Z: $z_{0.975} = 1.96$

$$IC(p, 0.95)$$

$$= 0.25 \pm 1.96 \sqrt{\frac{0.25 * 0.75}{100}}$$

$$= (0.1651, 0.3349)$$

* Verificar $n\hat{p} \geq 5$ e $n(1-\hat{p}) \geq 5$!

IC para a p: Exemplo

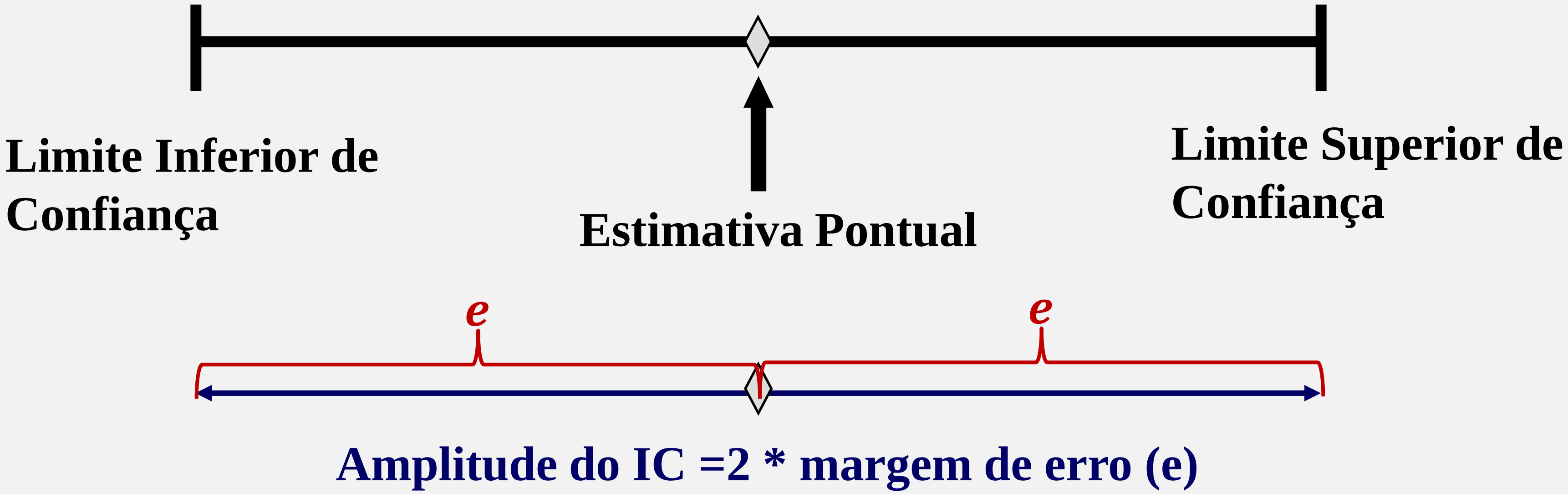
Solução:

- Nós temos 95% de certeza de que o verdadeiro percentual de canhotos na população está entre 16.51% e 33.49%.

- Apesar de o intervalo de 0.1651 a 0.3349 poder ou não conter a verdadeira proporção, 95% dos intervalos formados com amostras de tamanho 100 desta maneira conterão a verdadeira proporção de canhotos na população.

Escolhendo o Tamanho da Amostra, n

- **Qual o tamanho da amostra, $\boldsymbol{n}$**, necessário para que tenhamos uma **margem de erro, ou erro amostral, ($\boldsymbol{e}$)** com um nível de confiança $(1 - \alpha)$?



Escolhendo o Tamanho da Amostra para μ

Qual o Tamanho da amostra da necessário para obter um $IC(\mu, 1-\alpha)$ com margem de erro e?

Dados:

- O nível de confiança desejado $(1-\alpha)$: determina o valor crítico de $z_{1-\frac{\alpha}{2}}$
- O erro amostral aceitável = margem de erro = e
- O desvio-padrão populacional, σ

$$e = z_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

➡ Agora isole n ➡

$$\boldsymbol{n = \frac{z_{1-\frac{\alpha}{2}}^2 \sigma^2}{e^2}}$$

Escolhendo o Tamanho da Amostra para μ

Exercício : Se σ = 45, que tamanho de amostra é necessário para estimar a média com 90% confiança e margem de erro igual a 5?

Solução: Queremos determinar n tal que o $IC(\mu, 0.9)$ tenha margem de erro 5. Como $1-\alpha = 0.9$, então:

$$n = \frac{z^2_{1-\frac{\alpha}{2}}\sigma^2}{e^2} = \frac{z^2_{1-\frac{0.1}{2}}45^2}{5^2} = \frac{z^2_{0.95} * 45^2}{25}$$

Da tabela z (da normal padrão), $z_{0.95} = 1.645 \Rightarrow n$=219.19

O tamanho de amostra necessário é de **n = 220** (**arredonde para cima!**)

Escolhendo o Tamanho da Amostra para μ

- Se desconhecido, σ pode ser estimado quando usamos a formula que determina o tamanho necessário da amostra.

- Temos 2 opções para estimar σ:
  - Valor conhecido de experiências passadas: valor de σ que você espera ser ao menos tão grande quanto o verdadeiro valor de σ; ou
  - Escolha uma amostra piloto e estime σ com o desvio-padrão amostral, S.

$$n = \frac{z^2_{1-\frac{\alpha}{2}} S^2}{e^2}$$

Escolhendo o Tamanho da Amostra para p

Qual o tamanho da amostra necessário para obter um $IC(p, 1-\alpha)$ com margem **e**?

Dados:

- O nível de confiança desejável (1 - α), que determina o valor crítico: $z_{1-\alpha/2}$
- Uma margem de erro amostral aceitável: e
- A verdadeira proporção de “sucessos”, p
  - p pode ser estimado usando uma amostra piloto se necessário, **(ou, conservativamente, use p = 0.50)**

$$e = z_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$$

➡ Agora isole n ➡

$$n = \frac{z^2_{1-\frac{\alpha}{2}}\hat{p}(1-\hat{p})}{e^2}$$

Escolhendo o Tamanho da Amostra para p

Exercício: O quão grande deve ser a amostra para estimarmos a verdadeira proporção de itens defeituosos em uma população grande com ±3% de margem de erro e 95% de confiança?

a) Assuma que uma amostra piloto indica $\hat{p} = 0.12$.

b) E se não existe amostra piloto?

Escolhendo o Tamanho da Amostra para p: Exemplo

Solução:

Para 95% de confiança, use $z_{0.975} = 1.96$

$e = 0.03$

a) $\hat{p} = 0.12$, então use este $\hat{p}$ para estimar p:

$$n = \frac{z^2_{1-\frac{\alpha}{2}}\hat{p}(1-\hat{p})}{e^2} = \frac{1.96^2 * 0.12 * (1-0.12)}{(0.03)^2} = 450.74 \Rightarrow n = 451$$

b) Use o valor conservador, $\hat{p} = 0.5$:

$$n = \frac{z^2_{1-\frac{\alpha}{2}}\hat{p}(1-\hat{p})}{e^2} = \frac{1.96^2 * 0.5 * (1-0.5)}{(0.03)^2} = 1067.11 \Rightarrow n = 1068$$

Funções no Excel

Como obter valores críticos:

- Para a normal-padrão:

  =INV.NORMP.N(1-α/2).

  - Ex: para IC de 95%:

    =INV.NORMP.N(0.975)

- Para a T de Student:

  =INV.T(1-α/2;gl)

  - Ex: para IC de 95% para média com n=24:

    =INV.T(0.975;23)

Comandos em R

Como obter valores críticos:

- Para a normal-padrão: qnorm(1-α/2).
  - Ex: para IC de 95%, qnorm(0.975)

- Para a T de Student: qt(1-α/2, df=gl)
  - Ex: para IC de 95% para média com n=24
  - qt(0.975, df=23)

  ou

  - qt(0.025, df=23, lower.tail = FALSE)

Resumo

- Nesta aula aprendemos a construir intervalos de confiança para os parâmetros:
  - μ: média populacional
    - Com desvio-padrão populacional é conhecido → o valor crítico é obtido pela tabela z (da normal padrão)
    - Com desvio-padrão populacional desconhecido → o valor crítico é obtido pela tabela da T de Student.
  - p: proporção populacional
- Também vimos como calcular o tamanho da amostra, n, de forma que o IC de confiança tenha uma certa margem de erro.