

Fundamentos de Matemática – ECT2101

Lista de Exercícios – Fundamentos

10 de março de 2023

1 Conjuntos

1. Sejam os conjuntos $A = \{x|x \in \mathbb{N}, x < 20\}$ e $B = \{x|x = 2n + 1, n \in \mathbb{N}\}$, determine:

- (a) $A \cup B$
- (b) $A \cap B$
- (c) $A - B$
- (d) $B - A$
- (e) $A \Delta B$

2. Sejam os conjuntos $A = \{a, b, c\}$ e $B = \{c, d\}$, determine:

- (a) $\mathcal{P}(A)$
- (b) $\mathcal{P}(B)$
- (c) $\mathcal{P}(A) \cup \mathcal{P}(B)$
- (d) $\mathcal{P}(A) \cap \mathcal{P}(B)$
- (e) $\mathcal{P}(A) \Delta \mathcal{P}(B)$

3. Sejam os conjuntos $A = \{x|x \in \mathbb{Z}, x^2 < 10\}$ e $B = \{x|x = \sqrt{y}, y \in A\}$, determine, caso possível (caso não seja possível justifique) os conjuntos complementares de A e B em relação a:

- (a) \mathbb{N}

- (b) \mathbb{Z}
- (c) \mathbb{Q}
- (d) \mathbb{R}
- (e) \mathbb{C}

4. Determine os intervalos da reta real associados aos conjuntos:

- (a) $\{x|x = y^2, y \in \mathbb{R}, 0 < y < 2\}$
- (b) $\{x|x = \sqrt{y}, y \in \mathbb{R}, 0 \leq y < 9\}$
- (c) $\{x|x = y^2, y \in \mathbb{R}\}$
- (d) $\{x|x = y^3, y \in \mathbb{R}\}$
- (e) $\{x|x = 2y, y \in \mathbb{R}, -3 \leq y \leq 2\}$
- (f) $\{x|x \in \mathbb{R}, -3 > x > 2\}$
- (g) $\{x|x \in \mathbb{R}, 1 \geq x > -3\}$

2 Potenciação

1. Simplifique as seguintes expressões:

- (a) $2 \cdot 2^{-5} \cdot (2^3)^2$
- (b) $\frac{2^5 \cdot 4^{-3}}{\pi^0}$
- (c) $8^{1/2} \cdot 2^{-1/2}$
- (d) $\frac{16^{1/4} e^4}{2^{5/3} \sqrt{e^8}}$
- (e) $\frac{4^2}{2 \cdot \frac{1}{2^{3/2}}}$

(f) $\frac{2^{5/2}}{\frac{8^{2/3}}{2^{-3}}}$

2. Seja $x = \sqrt{a + \sqrt{b}} + \sqrt{a - \sqrt{b}}$, considerando a, b e $c \in \mathbb{R}$ determine formas simplificadas para

(a) x^2

(b) x^2 com $a < 0$ e $b = 0$

(c) x^2 com $a = 0$ e $b = c^2$

3. Para as expressões do tipo $f(x) = x^n$ abaixo, determine a expressão $f'(x) = nx^{n-1}$:

(a) $f(x) = x^4$

(b) $f(x) = x^{3/2}$

(c) $f(x) = \sqrt{x^3}$

(d) $f(x) = {}^3\sqrt{x^5}$

(e) $f(x) = x^{-3/2}$

(f) $f(x) = 1/\sqrt{x^3}$

(g) $f(x) = x^{3/2}/\sqrt{x^5}$

(h) $f(x) = x^{-3}\sqrt{x^7}$

3 Polinômios e equações polinomiais

1. Para as equações abaixo, encontre as soluções e determine em que condições elas são reais e em que condições são complexas:

(a) $|P_1(x)| = b$, com $b \in \mathbb{R}$

(b) $P_2(x) = 0$

(c) $|P_2(x)| = b$, com $b \in \mathbb{R}$

(d) $P_3(x) = 0$, com $a_0 = 0$

(e) $P_4(x) = 0$, com $a_1 = a_3 = 0$

2. Expresse os polinômios abaixo como produtos de termos $(x - c)$, onde $c \in \mathbb{C}$ são suas raízes:

(a) $x^2 - 3x + 2$

(b) $x^2 + 4$

(c) $x^2 + 2x + 5$

(d) $x^2 + 2x + 10$

(e) $x^3 + x^2 - 2x$

(f) $x^3 + 2x^2 + 5x$

(g) $x^3 + 4x^2 + 5x + 2$

(h) $x^3 - 7x - 6$

(i) $x^4 - 5x^2 + 4$

(j) $x^4 - x^3 - 7x^2 + x + 6$

(k) $-2x^5 - 4x^4 + 20x^3 + 40x^2 - 18x - 36$

4 Inequações

1. Considerando $x \in \mathbb{R}$, encontre as soluções das seguintes inequações:

(a) $|-2x + 3| > 0$

(b) $|x - 4| \geq 2$

(c) $x^2 - 3x > -2$

(d) $2x^2 \leq 2x + 12$

(e) $\frac{x+1}{x-1} \leq 1$

(f) $\frac{x^2-x}{x-2} < 2$

(g) $x^3 + -2x \geq x^2$