

Pré-Cálculo – ECT2101
Lista de Exercícios – Funções II
Prof. Ronaldo

26 de abril de 2023

1 Funções trigonométricas

1. Expresse as funções abaixo reduzindo as potências de seno e cosseno sempre que possível:

- (a) $\cos^3(2x)$
- (b) $\sin^4(x/4)$
- (c) $\cos^4(2x)\sin^2(x/3)$
- (d) $\sin^2(x)\operatorname{tg}^2(2x)$

2. Determine os valores de $x \in [0, 2\pi]$ que não pertencem ao domínio das funções:

- (a) $\operatorname{tg}(x/2)$
- (b) $\sec(x^2)$
- (c) $\operatorname{cotg}(x^2 + x)$
- (d) $\operatorname{cosec}^2(2x)\operatorname{tg}(2x)$

3. Usando um triângulo retângulo de hipotenusa 1 e lado x , mostre que

$$\sin^{-1}(x) + \cos^{-1}(x) = \frac{\pi}{2}.$$

4. Determine quanto vale:

- (a) $\sin^{-1}(2^{-1/2})$

- (b) $\cos^{-1}(3/(2\sqrt{3}))$
- (c) $\sin(\cos^{-1}(1/2))$
- (d) $\operatorname{tg}^{-1}(\sin(\frac{\pi}{2}))$
- (e) $\operatorname{cosec}(\sin^{-1}(-\frac{\sqrt{2}}{2}))$
- (f) $\sec(\cos^{-1}(-\frac{\sqrt{3}}{2}))$

5. Para o domínio $D = [\pi, 3\pi/2]$, reexpresse as funções abaixo apenas em termos de seno:

- (a) $\operatorname{tg}(x)$
- (b) $\operatorname{cotg}(x)$

2 Exponencial

1. Faça um esboço do gráfico e determine o domínio e imagem das seguintes funções:

- (a) $f(x) = 2 + (1/2)^x$
- (b) $f(x) = -2 - (3)^x$
- (c) $f(x) = -1 + \frac{1}{2}(4)^{(x-1)/2}$
- (d)

$$f(x) = \frac{\exp(x)}{\exp(x) + \exp(-x)},$$

para $x \geq 0$.

2. Determine as funções exponenciais na forma $f(t) = q_0 a^{(t/t_0)}$ que representam os seguintes fenômenos (note que apenas a e t_0 precisam ser determinados):

- (a) Uma população de bactérias que dobra a cada 30min.
- (b) Uma amostra de núcleos radioativos que têm meia vida de 2h, (meia vida é o tempo no qual, em média, metade dos núcleos decaem em outros núcleos mais leves).
- (c) A correção monetária com juros compostos de 10% ao ano.

3 Logarítmo

1. Determine quanto vale:

- (a) $\log_2 \sqrt{32}$
- (b) $\log_{10} (10^{3/2})$
- (c) $\ln (\exp (\exp (x^2)))$
- (d) $[\ln (e^3)]^2$
- (e) $\ln (2e^{1/2})$

2. Deduza as fórmulas de mudança de base da exponencial e do logarítmo:

- (a) $a^x = e^{x \cdot \ln a}$
- (b)

$$\log_b x = \frac{\log_a x}{\log_a b}$$

3. Usando a expressão da mudança de base da exponencial, expresse as funções obtidas no exercício 2. da seção anterior na base e .

4. Determine x dado pelas seguintes equações:

- (a) $\log x^2 = 2$
- (b) $\ln (8x^3) = 6$
- (c) $(1,0055)^x = 2$
- (d) $\log_2 (x + 1) = 2$
- (e) $\log (x^2 + 19) = 2$
- (f) $4e^{2x} = 8$
- (g) $2^x - 2^x x^2 = 0$

4 Números complexos

1. Para $z = 2 - 3i$ e $u = -1 - 2i$ determine:

- (a) $|z + u|$
- (b) $|z - u|$
- (c) $z \cdot u \cdot \bar{z}$
- (d) $\frac{u}{z}$
- (e) z^{-1} tal que $z \cdot z^{-1} = 1$
- (f) $\bar{u} \cdot z^{-1}$

2. Determine as seguintes potências de $z = -2 - 2\sqrt{3}i$:

- (a) z^3
- (b) z^4
- (c) z^5
- (d) z^6
- (e) z^7