

# Matemática Básica e Modelagem – ECT3101

## Lista de Exercícios – Funções Algébricas

5 de junho de 2025

### 1 Funções de primeiro e segundo grau

1. Para as funções  $f(x)$  e  $g(x)$  abaixo, faça o gráfico das funções  $f$  e  $g$  entre os valores de  $x$  que satisfazem  $f(x) = g(x)$ , indicando o ponto de máximo ou mínimo da função  $f$ , caso esteja no intervalo de interesse, e a imagem das duas no intervalo de interesse.

(a)  $f(x) = x^2 - 2x + 1$  e  $g(x) = x + 2$

(b)  $f(x) = -x^2 - 2x + 1$  e  $g(x) = x + 3$

(c)  $f(x) = 3x^2 - x + 3$  e  $g(x) = 2x - 3$

(d)  $f(x) = x^2 - x + 3$  e  $g(x) = -x^2 + 4$

2. Considere a função horária de uma partícula em movimento retilíneo em uma dimensão com aceleração  $a$  constante, velocidade inicial  $v_0$  e posição inicial  $x_0$

$$x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2.$$

- (a) Para  $t > 0$ ,  $x_0 > 0$  e  $v_0 > 0$ , sob que condições a partícula atinge  $x = 0$ . Faça um esboço do gráfico de uma função em esse tipo de comportamento.

- (b) Determine a forma da função velocidade média entre  $t = 0$  um  $t > 0$  arbitrário.

- (c) Para  $a = 2\text{m/s}^2$ , qual a velocidade média entre  $t = 0$  e  $t = 2\text{s}$  e entre  $t = 0$  e  $t = 4\text{s}$ .

- (d) A função velocidade instantânea desse movimento é dada por  $v(t) = v_0 + at$ . Para  $x_0 = 0$ ,  $v_0 = 0$  e  $a = 2\text{m/s}^2$ , em que posição e em quanto tempo, a partir de  $t = 0$ , a partícula atinge  $v = 8\text{m/s}$ ? Qual sua velocidade média entre  $t = 0$  e esse tempo?

### 2 Funções por partes

1. Para as funções dadas abaixo, faça um esboço de seu gráfico, determine seu maior domínio possível e imagem

(a)

$$f(x) = -|x - 1| + 2$$

(b)

$$f(x) = \begin{cases} x & , \quad x < 0 \\ -x^2 & , \quad 0 < x < 1 \\ 1 & , \quad x \geq 1 \end{cases}$$

(c)

$$f(x) = \begin{cases} 1 & , \quad 0 < x < 1 \\ -2x^2 + 3 & , \quad x > 1 \end{cases}$$

(d)

$$f(x) = \begin{cases} |x| & , \quad x < 0 \\ 1 & , \quad 0 < x < 1 \\ x^2 + 1 & , \quad x \geq 1 \end{cases}$$

(e)

$$f(x) = \begin{cases} |x + 1| & , \quad -4 < x < -2 \\ x & , \quad -2 < x < 0 \\ -x^2 + 2 & , \quad 3 > x \geq 1 \end{cases}$$

### 3 Funções polinomiais

1. Para as funções dadas abaixo, faça um esboço de seu gráfico indicando suas raízes reais, determine seu maior domínio possível e imagem.

(a)  $f(x) = -x^3 + 2x^2 - x$

(b)  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$

(c)  $f(x) = x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 4x + 1$

(d)  $f(x) = -x^4 + 8x^2 - 16$

(e)  $f(x) = x^5 - 32$

### 4 Função potência

1. Para as funções potência abaixo, faça um esboço de seu gráfico, determine seu maior domínio possível, imagem e se são pares, ímpares ou sem paridade definida.

(a)  $f(x) = 2x^{-3}$

(b)  $f(x) = -0,4x^{1,5}$

(c)  $f(x) = -x^{0,4}$

(d)  $f(x) = -2x^{4/3}$

(e)  $f(x) = (x/16)^{0,25}$

2. O volume de um cilindro é dado por  $V = 2\pi r^2 h$ , onde  $r$  é o raio de sua base e  $h$  sua altura.

(a) Determine a função  $S(r, h)$  que descreve a área de sua superfície.

(b) Para uma altura fixa  $h = 5\text{cm}$ , determine o raio que este cilindro deve ter para que seu volume seja de 1L. Qual a superfície desse cilindro?

3. O volume de uma esfera de raio  $r$  é dado por  $V = \frac{4}{3}\pi r^3$  e área de sua superfície por  $S = 4\pi r^2$ .

(a) Qual a superfície de uma esfera com 1L de volume.

(b) Compare esse valor a superfície de um cubo com 1L de volume.

### 5 Funções racionais

1. Para as funções racionais dadas abaixo, faça um esboço de seu gráfico, determine seu maior domínio possível e imagem:

(a)

$$f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{-x + 2}$$

(b)

$$f(x) = \frac{x^3 - 3x^2 + 2x}{x - 2}$$

(c)

$$f(x) = \frac{x^3 - 3x^2 + 2x}{x^2 - 3x + 2}$$

(d)

$$f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 3}$$

(e)

$$f(x) = \frac{2x - 6}{x - 3}$$

(f)

$$f(x) = \frac{-x + 7}{x - 3}$$

(a)  $f(x) = x^2 + 1$

(b)  $f(x) = x^2 - x - 2$

(c)  $f(x) = \sqrt{x^2 + 2}$

(d)  $f(x) = (x^2 - x - 2) / (x - 2)$

## 6 Funções algébricas

1. Para as funções dada abaixo, faça um esboço de seu gráfico e determine seu domínio e imagem:

(a)  $f(x) = 1 + \sqrt{4 - x^2}$

(b)  $f(x) = -2 + (1/2)\sqrt{16 - 4x^2}$

(c)  $f(x) = (2 - x)^3 / 2$

(d)  $f(x) = (x - 1)^{-1}$

(e)  $f(x) = (x + 3) / (x + 2)$

(f)  $f(x) = (x^2 - 4)^{-2}$

## 7 Funções inversas

1. Para as funções abaixo, determine a expressão da inversa, seu domínio e imagem.

(a)  $f(x) = -2x + 3$

(b)  $f(x) = x^3 - 2$

(c)  $f(x) = \sqrt{x + 2}$

(d)  $f(x) = \sqrt{x^3 + 2}$

2. Para as funções abaixo, determine o maior domínio possível para que sua inversa exista, a expressão da inversa, seu domínio e imagem.