

Física Contemporânea (Espaço-Tempo) - MPEF0004  
Prof. Ronaldo Batista  
5<sup>a</sup> Lista de Exercícios  
Data para entrega: até 3/7/19 às 16h

27 de junho de 2019

### Fenomenologia da Relatividade Geral

1. Para os objetos dados abaixo, determine a razão entre seu raio de Schwarzschild,  $r_s$ , e seu raio conhecido. Baseado nos resultados, e lembrando que a métrica exterior de um objeto esfericamente simétrico é dada por

$$ds^2 = c^2 dt^2 \left(1 - \frac{r_s}{r}\right) - \left(1 - \frac{r_s}{r}\right)^{-1} dr^2 + r^2 d\Omega^2,$$

em qual deles os efeitos da RG são mais relevantes na superfície do objeto (isto é, em qual caso há o maior desvio em relação ao espaço plano)?

- (a) Terra
  - (b) Júpiter
  - (c) Sol
  - (d) Estrela Anã Branca (1,4 massa solar e raio da Terra)
  - (e) Estrela de Nêutrons (1,4 massa solar e 10km de raio)
2. A Lei de Hubble estabelece que, para o universo próximo, uma galáxia a uma distância  $d$  terá a seguinte velocidade de afastamento

$$v = H_0 d,$$

assumindo que a constante de Hubble vale  $H_0 = 70 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$  determine:

- (a) A velocidade de afastamento de uma galáxia distante 50 milhões de anos-luz da Terra.
- (b) Assumindo a aproximação de que a Lei de Hubble sempre tenha sido válida, estime a idade atual do Universo.

3. A evolução do fator de escala,  $a$ , no universo com seção espacial plana,  $ds^2 = c^2 dt^2 - a^2(t) d\vec{x}^2$ , é dada pela equação

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho.$$

Determine a evolução de  $a(t)$  (isto é, faça a integração de  $\dot{a}$  e determine a função  $a(t)$ , as constantes não são relevantes) e verifique se a expansão é ou não acelerada nos seguintes casos (isto é, verifique o sinal de  $\ddot{a}$  da função  $a(t)$  encontrada):

- (a) Universo domiado por matéria fria (ou poeira), na qual  $\rho \propto a^{-3}$ .
- (b) Universo domiado pela Constante Cosmológica (energia de vácuo)  $\rho \propto \text{const.}$