Cálculo 3 – ECT1212
Lista de Exercícios – Integrais Múltiplas
Prof. Ronaldo

11 de novembro de 2014

1 Integrais duplas em coordenadas cartesianas.

1. Determine a integral dupla das funções dadas abaixo na seguinte na região deliminata pelas retas $y_1 = 0$, $y_2 = 2$, $x_1 = -1$ e $x_2 = 0$.

   (a) $f(x, y) = x - y$
   (b) $f(x, y) = xy$
   (c) $f(x, y) = xe^{2y}$
   (d) $f(x, y) = x\cos(xy)$

2. Para a região R delimitada pelas retas $y_1 = 1$, $y_2 = e$, $x_1 = 1$ e $x_2 = e$ determine a integral:
$$\iint_R \ln(xy)\, dA\,.$$

3. Determine o volume delimitado pelo plano $x+y+z=2$ e a região do plano xy tal que $0 \leq x \leq 1$ e $x^3 \leq y \leq x$. Inverta os limites da integração da integral inicialmente obtiva e resolva-a.

4. Usando a integral dupla, determine a área delimitada por $0 \leq x \leq \pi/2$ e $0 \leq y \leq \operatorname{sen}(x)$. Inverta os limites da integração a integral inicialmente obtiva e resolva-a.

2 Integrais duplas em coordenadas polares.

1. Converta as integrais abaixo para coordenadas polares e resolva-as.

   (a) $\int_{-1}^{1} \int_0^{\sqrt{1-x^2}} dydx$
   (b) $\int_0^1 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} \left(x^2 + y^2\right) dydx$
   (c) $\int_0^2 \int_0^x ydydx$

2. Determine a área delimitada pela $r = 1$ e $r = 1 + \cos(\theta)$ tal que $r \geq 1$.

3. Determine a integral $\iint_R e^{x^2+y^2} dA$, onde R é região delimitada pelos círculos $x^2 + y^2 = 1$ e $x^2 + y^2 = 9$.

4. Determine a área delimitada pelas curvas $x^2 + y^2 = 2x$ e $x^2 + y^2 = 4x$ com $\theta \geq 0$.

3 Integrais triplas em coordenadas cartesianas.

1. Determine o volume delimitado pelos planos $z_1 = 0$, $z_2 = a$, $y_1 = 0$, $y_2 = b$, $x_1 = 0$ e $x_2 = c$, onde a, b e c são constantes reais positivas.

2. Determine o volume delimitado pelos planos $z + x + y = a$ e o plano xy, com $x \geq 0$ e $y \geq 0$.

3. Determine o volume delimitado pelo parabolóide $z = a - x^2 - y^2$ e o plano xy.

4. Determine as coordenadas de centro de massa de um paralelepípedo regular de arestas a (direção de x), b (direção de y) e c (direção de z), de densidade $\rho = \rho_0 \left(1 + xy^2/ab^2\right)$.

4 Integrais triplas em coordenadas cilíndricas.

1. Encontre o volume delimitado pelo cilíndro $(x-1)^2 + y^2 = 1$, com $z \geq 0$, e o parabolóide $z = 1 - x^2 - y^2$.

2. Encontre o volume do cilíndro com base de raio 2, centrado em $P\,(0,1,0)$, com $z \geq 0$, que é cortado pelo plano $z+y=4$.

3. Determine as coordenadas de centro de massa do sólido de densidade constante, delimitado pelo cilíndro $r=2$, com $z \geq 0$, e o parabolóide $z=r^2$.

4. Determine as coordenadas de centro de massa para mesmo sólido do exercício anterior, mas com densidade $\rho = \rho_0 \left(1+(z/h)^2\right)$, onde h é a altura do sólido.

5 Integrais triplas em coordenadas esféricas.

1. Determine o volume do sólido delimitado por uma casca esférica de raio 2, centrada na origem, e o plano $z=1$.

2. Determine o volume do sólido delimitado por uma casca esférica $r_1=1$, outra $r_2=2$ e o cone $\varphi=\pi/4$.

3. Determine o volume do sólido limitado por uma casca esférica de raio 2, centrada na origem, e outra esfera de raio 1 centrada em $P\,(0,0,2)$.

4. Encontre as coordenadas de centro de massa de uma semi-esfera de raio 1 com densidade $\rho=\rho_0\cos(\varphi)$.