Cálculo 1 – ECT1113
Lista de Exercícios – Aplicações de Derivadas
Prof. Ronaldo

7 de outubro de 2019

1 Extremos e Concavidade

Determine os intervalos onde as funções crescem ou decrescem, seus extremos relativos, e os intervalos onde são côncavas ou convexas, mostranto os pontos de inflexão.

1. $$f(x) = (x-1)^3$$

2. $$f(x) = x^4 - x^2$$

3. $$f(x) = x^4 - 4x^3 + 10$$

4. Determine os pontos críticos de um polinômio do tipo $f(x) = ax^3 + bx^2 + c$.

2 Gráfico de funções

Para as funções abaixo, faça seu gráfico, indicando seus extremos relativos e, quando houver, seus pontos de inflexão.

1. $$f(x) = x^2 + 2x - 2$$

2. $$f(x) = -3x^2 + 6x + 1$$

3. $$f(x) = x^4 - 2x^2 + 1$$

4. $$f(x) = \left(x^2 - 3\right) e^x$$

3 Problemas de maximização e minimização

1. Uma rede de água ligará uma central de abastecimento situada na margem de um rio de 500 metros de lagura a um conjunto habitacional situado na outra margem do rio, 2000 metros abaixo da central. O custo da obra através do rio é de R$ $640,00$ por metro, e por terra de R$ $312,00$. Qual a forma mais econômica de instalar a rede de água?

2. Projete uma lata de alumínio, em forma de cilíndro com volume de 1L, tal que a quantidade de alumínio usada seja a menor possível.

4 Regra de L'Hôpital

1. Identifique os limites da seção 1 da Lista de Limites que apresentam indeterminações do tipo $0/0$ ou ∞/∞ e, quando possível, determine-os usando a Regra de L'Hôpital.

2. Usando as Regra de L'Hôpital, determine os seguintes limites:

   (a) $$\lim_{x\to 0} \frac{x^2}{\mathrm{e}^x - 1}$$

   (b) $$\lim_{x\to 0} \frac{\mathrm{sen}\left(x^2\right)}{x}$$

   (c) $$\lim_{x\to \infty} \frac{\mathrm{e}^{2x}}{x^3 + x^2}$$

   (d) $$\lim_{x\to \infty} x\,\mathrm{sen}\,(1/x)$$

(e)

$$\lim_{x \to 0} \frac{x}{\mathrm{e}^x - \cos(x)}$$

5 Fórmula de Taylor

1. Determine os polinômios de Taylor até quarta ordem, em torno de $x = 0$, das seguintes funções

   (a) e^x

   (b) e^{ix}

   (c) $\cos(x)$

   (d) $\mathrm{sen}\,(x)$

   (e) $x^4 + x^2 + 1$

2. Determine o erro máximo no ponto $x = \pi$ do polinônimo de segunda ordem, em torno de $x = \pi/2$, quando aproximando as seguintes funções:

   (a) $\mathrm{e}^{x/\pi}$

   (b) $\mathrm{sen}\,(x)$

3. Na Relatividade Restrita a energia de uma partícula com massa de repouso m é dada por

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} \,,$$

   onde v é o módulo da velocidade da partícula e c a velocidade da luz. Mostre que, para $v \ll c$, a energia da partícula pode ser aproximada por

$$E \simeq mc^2 + \frac{1}{2}mv^2 \,.$$