Álgebra Linear – ECT2202
Lista de Exercícios – Autovalores, Autovetores e PI
Prof. Ronaldo

17 de abril de 2019

1 Autovalores e Autovetores

1. Determine os autovalores e autovetores das seguintes matrizes de TLs $\mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ expressas na base canônica, onde n é a dimensão da matriz quadrada, $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$.

   (a) $\begin{pmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & \beta \end{pmatrix}$

   (b) $\begin{pmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & \alpha \end{pmatrix}$

   (c) $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

   (d) $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

   (e) $\begin{pmatrix} \alpha & 0 & 0 \\ 0 & \beta & 0 \\ 0 & 0 & \gamma \end{pmatrix}$

   (f) $\begin{pmatrix} \alpha & 0 & 0 \\ 0 & \beta & 0 \\ 0 & 0 & \beta \end{pmatrix}$

   (g) $\begin{pmatrix} \alpha & 0 & 0 \\ 0 & \alpha & 0 \\ 0 & 0 & \alpha \end{pmatrix}$

   (h) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

(i) $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

(j) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

2. Determine, de acordo com $\alpha \in \mathbb{R}$, os possíveis autovalores e autovetores da TL dada pela matriz abaixo
$$\begin{pmatrix} \alpha & 0 & 0 \\ 0 & \alpha & 1 \\ 0 & \alpha & 0 \end{pmatrix}.$$

3. Considere a seguinte matriz de uma transformação linear $\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ na base canônica
$$A = \begin{pmatrix} a & b & 0 \\ -b & a & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$
com $a = \cos\theta$, $b = \text{sen}\theta$ e $0 < \theta < 2\pi$. Determine seus autovalores e autovetores e dê uma interpretação geométrica para a transformação e seus autovetores.

4. Uma matriz associada a uma TL é idempotente se $A^2 = A$. Determine os autovalores de uma matriz desse tipo e dê um exemplo de uma dessas matrizes para uma transformação $F : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$.

2 Diagonalização

1. Encontre a forma diagonal das TLs na base canônica representadas pelas seguintes matrizes:

   (a) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 6 & 1 \end{pmatrix}$

   (b) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$

   (c) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

   (d) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

2. Determine os valores de $\alpha \in \mathbb{R}$ para que as matrizes sejam diagonalizáveis:

   (a) $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & \alpha \end{pmatrix}$

   (b) $\begin{pmatrix} 1 & \alpha \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

3 Produto Interno