

Álgebra Linear – ECT2202
Lista de Exercícios – Aplicações
Prof. Ronaldo

14 de junho de 2019

1 Mínimos quadrados

1. Encontre as soluções de mínimos quadrados dos seguintes sistemas:

$$(a) \begin{pmatrix} 1,1 \\ 1,8 \\ 3,2 \end{pmatrix} (a) = \begin{pmatrix} 21 \\ 40 \\ 58 \end{pmatrix}$$

$$(b) \begin{pmatrix} 1,1 \\ 1,8 \\ 3,2 \\ 4,0 \end{pmatrix} (a) = \begin{pmatrix} 21 \\ 40 \\ 58 \\ 79 \end{pmatrix}$$

$$(c) \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 20 \\ 40 \\ 60 \end{pmatrix}$$

$$(d) \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 18 \\ 39 \\ 60 \end{pmatrix}$$

$$(e) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 8 \\ 15 \end{pmatrix}$$

$$(f) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,1 \\ 3,3 \\ 7,8 \\ 14 \end{pmatrix}$$

2. Determine soluções de mínimos quadrados para a, b e c, d das seguintes funções

$$f(x) = ax + bx^2$$

e

$$g(x) = ce^x - d,$$

para o conjunto de dados abaixo e, dada as soluções, qual das funções produz o melhor ajuste.

x	0	1	2	3	4	5
y	0	1,7	6,4	19	54	147

2 Operadores especiais

1. Determine, se possível, os parâmetros a, b, c para que os operadores representados pelas seguintes matrizes sejam (i) ortogonais e (ii) auto-adjuntos:

(a) $\begin{pmatrix} a & 1 \\ b & 0 \end{pmatrix}$

(b) $\begin{pmatrix} a & 1 \\ b & c \end{pmatrix}$

(c) $\begin{pmatrix} a & b & b \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

(d) $\begin{pmatrix} a & b & b \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & c \end{pmatrix}$

2. Para as matrizes auto-adjuntas obtidas no exercício anterior, verifique que seus autovalores são todos reais.
3. Mostre que o operador ortogonal representado pela matriz

$$A = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix},$$

transforma uma base ortonormal (escolha uma) em outra base ortonormal.

3 Formas quadráticas

1. Utilizando o processo de diagonalização de formas quadráticas, determine o tipo de seção cônica representada pelas equações dadas:

(a)

$$\frac{3}{4}x^2 - \frac{xy}{2} + \frac{3y^3}{4} = 1$$

(b)

$$-2xy = 1$$

(c)

$$\frac{x^2}{2} - xy + \frac{v^2}{2} - y = 0$$

(d)

$$\frac{7}{8}x^2 - \frac{\sqrt{3}}{4}xy + \frac{5}{8}y^2 = 1$$

(e)

$$\frac{1}{2}x^2 - \sqrt{3}xy - \frac{1}{2}y^2 = 1$$