

Lista de exercícios 4

Matemática Básica e Modelagem

Prof. Elton Carvalho — ECT — UFRN

Entrega: Segunda-feira 10/11/2025

1. Obtenha todas as raízes reais dos seguintes polinômios.

(a) $P(x) = 12x^3 - 20x^2 + x + 3$

(b) $P(x) = 2x^6 - 3x^5 - 13x^4 + 29x^3 - 27x^2 + 32x - 12$

(c) $P(x) = x^3 + 4x^2 + 3x - 2$

2. Esboce o gráfico das funções f e g no mesmo conjunto de eixos.

(a) $f(x) = 2^x$, $g(x) = 2^{-x}$

(c) $f(x) = \left(\frac{2}{3}\right)^x$, $g(x) = \left(\frac{4}{3}\right)^x$

(b) $f(x) = 3^{-x}$, $g(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$

3. Uma certa população de gatos foi introduzida em um pequeno campus universitário, com uma população inicial de 8 gatos. Biólogos estimam que a população felina dobre a cada ano.

(a) Obtenha uma função que modele o número de gatos após t anos.

(b) Estime a população após 8 anos.

4. Um paraquedista salta de uma altura considerável do chão. A resistência do ar que ele sofre é proporcional à sua velocidade e a constante de proporcionalidade é 0,2. Pode-se mostrar que a velocidade de descida do paraquedista num instante t é dado por

$$v(t) = 25(1 - e^{-0,2t}),$$

com t em segundos e v em metros por segundo (m/s).

(a) Obtenha a velocidade inicial do paraquedista.

(b) Obtenha a velocidade após 5 s e após 10 s

(c) Desenhe um gráfico de $v(t)$

(d) A velocidade máxima de um objeto em queda é chamada de *velocidade terminal*. Do gráfico obtido na parte (c), obtenha a velocidade terminal.

5. Mostre que f e g , dadas, são inversas uma da outra.

(a) $f(x) = x - 6$, $g(x) = x + 6$

(d) $f(x) = \frac{1}{x}$, $g(x) = \frac{1}{x}$

(b) $f(x) = 3x$, $g(x) = \frac{x}{3}$

(e) $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$, $0 \leq x \leq 2$
 $g(x) = \sqrt{4 - x^2}$, $0 \leq x \leq 2$

(c) $f(x) = 2x - 5$, $g(x) = \frac{x + 5}{2}$

(f) $f(x) = \frac{x + 2}{x - 2}$, $g(x) = \frac{2x + 2}{x - 1}$

6. A taxa com que uma bateria se carrega é menor à medida que a bateria se aproxima da sua carga máxima C_0 . O tempo (em horas) necessário para carregar completamente uma bateria para uma carga C é dado por

$$t = -k \ln \left(1 - \frac{C}{C_0} \right),$$

Onde k é uma constante positiva que depende da bateria. Para uma certa bateria, $k = 0,25$. Se ela for totalmente descarregada, quanto tempo levará para que ela seja carregada até 90 % da carga máxima?

7. Uma *curva de aprendizado* é o gráfico de uma função $P(t)$ que mede o desempenho de alguém aprendendo uma habilidade em função do tempo de treinamento t . Inicialmente, a taxa de aprendizado é rápida. Então, à medida que o desempenho se aproxima de um valor máximo M , a taxa de aprendizado diminui. Sabe-se que a função

$$P(t) = M - Ce^{-kt},$$

com k e C constantes positivas e $C < M$, é um modelo adequado para o aprendizado.

- (a) Expresse o tempo de aprendizado t como função do nível de desempenho P .
(b) Para um atleta de salto com vara, a curva de aprendizado é dada por

$$P(t) = 6 - 4e^{-0,024t},$$

onde $P(t)$ é a altura que ele é capaz de saltar após t meses de treinamento. Depois de quantos meses de treinamento ele é capaz de saltar 4 m?