

Atividade 9 – Jogos de azar. Estudo das médias dos lançamentos.

Objetivos:

- 1) Compreender as desvantagens dos jogos de azar.
- 2) Introduzir a análise da média como variável aleatória.
- 3) Gerar valores aleatórios em planilhas.

PARTE 1

Simulação de um jogo de azar

Muitas pessoas fazem apostas em jogos de azar com a esperança de ganhar dinheiro. Porém, a realidade é que apenas os donos das casas de apostas lucram. Para que os jogadores se sintam estimulados a jogarem e, portanto, a perderem o seu dinheiro, são utilizadas várias estratégias que lidam com a química do cérebro. Uma delas é permitir ganhos momentâneos, gerando a expectativa de que é possível levar vantagem. Porém, à medida que o número de apostas aumenta, o resultado final é sempre um prejuízo para o jogador.

Na primeira parte desta aula, vamos simular o comportamento de um jogo de azar. A cada jogada (que custa 10 reais), dois dados de 6 faces são lançados. Caso a soma dos dados seja maior que 7, o jogador ganha 20 reais. Porém, se a soma for 7 ou menos, o jogador não ganha nada.

Para um dado não viciado, qual é a probabilidade de o jogador vencer uma rodada? Antecipamos que essa probabilidade é menor que 50%, ou seja, a probabilidade de perder é parecida com a probabilidade de ganhar, porém é maior. Essa é a realidade em todos os jogos de azar: a casa sempre tem a vantagem.

Em vez de jogar dois dados por vez, vamos simular várias apostas lançando 150 dados de uma vez e fazendo a soma de pares de dados. Para isso, após o lançamento aleatório, é importante organizar os dados em fileiras¹ para a leitura das somas. Anote o resultado da soma de cada par na coluna B de uma planilha. Na coluna A coloque números de 1 a 75 para representar o número da jogada.

Na coluna C será calculado o saldo do dinheiro do apostador até a n-ésima jogada, ou seja, até a n-ésima linha. Utilize nas fórmulas os valores a seguir: na célula D2, coloque o valor da aposta (R\$10,00) e na célula E2 coloque o valor do prêmio (R\$20,00). Faça as fórmulas da coluna C com referência a este valor.

Faça um gráfico do saldo do apostador em função do número de jogadas e observe o comportamento obtido. Compare com o de outras bancadas. Tire as suas conclusões.

Faça uma cópia dessa planilha em uma nova aba. Alterando o valor do prêmio e observado o gráfico do saldo, estime quanto deve ser o prêmio para que o saldo final seja zero. Compare com o valor teórico, deduzido em sala de aula.

Faça outra cópia da planilha, mas agora considere que o jogador *ganha* se a soma dos dados for maior *ou igual a* 7 e perde se for *menor que* 7. (Ou seja, agora a soma 7 dá vitória para o jogador, invertendo a probabilidade de ganho). Estime quanto deve ser o prêmio para o jogador sair no zero-a-zero nessas condições.

¹ Procure organizar os dados sem olhar para os valores, buscando apenas evitar que fiquem espalhados na bandeja

PARTE 2

Análise da distribuição da média dos lançamentos de um número fixo de dados

Quando lançamos dados, temos ideia da probabilidade teórica de cada lançamento. Sabemos, por exemplo, que a média esperada para o lançamento de um dado de 6 faces é:

$$\frac{1+2+3+4+5+6}{6} = 3,5$$

Se lançarmos ao acaso M dados, a média dos valores provavelmente não será 3,5: ora será maior, ora será menor e, às vezes, igual a 3,5. O que vamos fazer é repetir N vezes o lançamento dos M dados estudando o comportamento da média à medida que N cresce. Esse tipo de estudo é fundamental em situações em que a média não é conhecida *a priori* e precisa ser determinada por meio de amostras.

Vamos trabalhar com uma quantidade de lançamentos da ordem de milhares. Para isso, vamos substituir os dados físicos por dados virtuais. Utilizaremos a função `ALEATÓRIOENTRE()` das planilhas do Google. Uma célula com entrada `=ALEATÓRIOENTRE(1;6)` sorteia, usando um gerador de números aleatórios, um número entre 1 e 6, simulando um dado. Experimente o uso dessa função.

Observe que cada vez que você mexe na planilha (edita ou apaga o conteúdo de uma célula, por exemplo), um novo número é sorteado. Essa função é uma função *volátil*²: o valor dela muda quando qualquer célula é alterada. Para evitar que esse valor fique mudando, altere a função para `=LAMBDA(x;x)(ALEATÓRIOENTRE(1;6))`. Verifique que isso fixa o valor sorteado.³

Análise da distribuição das médias de 2 a 10 dados

2.1) Crie uma nova aba na planilha e a renomeie para “Distribuição das Médias”. Na célula A1, insira uma “caixa de seleção”. Vamos utilizá-la para controlar a geração dos valores dos dados.

Na célula B1 escreva “Jogadas”. Preencha as células de B2 até B151 com os números de 1 a 150 usando o preenchimento automático. Alternativamente, você pode utilizar a função `=SEQUENCE(150;1)` na célula B2 e ela preencherá o restante.

2.2) Na célula C1, escreva “DADO 1”. Em C2, digite:

$$=SE(\$A\$1;ALEATÓRIOENTRE(1;6);---$$

Perceba que toda vez em que a caixa de seleção é selecionada, um novo valor é sorteado. Isso será útil em nossa análise.

Posicione o mouse sobre o canto inferior direito da célula C2 até aparecer o símbolo “+” e clique duas vezes para o preenchimento automático até a linha 150. Você terá gerado 150 lances aleatórios do DADO 1.

2.3) Repita o procedimento 2.2 até a coluna L de modo que você tenha 10 dados.

2.4) Na célula M1 escreva “Média 2”. Na célula M2 calcule a média aritmética do resultado da jogada 1 dos DADOS 1 e 2 (média dos valores das colunas C e D), isto é, calcule:

$$=MÉDIA(C2:D2)$$

² O Google Planilhas ainda não tem implementadas versões não-voláteis dessas funções, mas o LibreOffice e o MS Excel têm algumas funções não voláteis de geradores de números aleatórios: `=ALEATORIO.NV()` e `=ALEATORIOENTRE.NV()`. Para contornar esta limitação utilizamos a função `LAMBDA`

³ A partir de 2025, esse recurso não funciona mais, então vamos alterar as funções para usar a função `SE()` e mostrar um conteúdo temporário enquanto não marcamos a caixa de seleção, para evitar que a planilha fique recalculando centenas de números aleatórios toda vez.

Faça o preenchimento automático para calcular a média aritmética das 150 jogadas para os DADOS 1 e 2.

2.5) Repita o procedimento 2.4 na coluna N, mas calcule a “Média 10”, ou seja, a média aritmética do resultado do lançamento dos DADOS 1 a 10 (média dos valores das colunas C a L) na jogada 1.

2.6) Construa gráficos de HISTOGRAMA para a coluna “Média 2” e “Média 10”. O eixo horizontal traz os possíveis valores médios agrupados em faixas de valores. O eixo vertical é a frequência, ou seja, a quantidade de vezes em que os valores de média em uma determinada faixa de valores ocorreram nas 150 jogadas. Formate o valor mínimo do eixo horizontal para ser 0 e o valor máximo como sendo 7.

Perceba que os valores médios possíveis para dois dados são 1; 1,5; 2; 2,5; 3; 3,5; 4; 4,5; 5; 5,5; 6. Já para dez dados, há muito mais possibilidades. No histograma, esses valores médios são agrupados em intervalos automaticamente escolhidos pelo Google Planilhas. Por exemplo, o intervalo de 0 a 0,58; em seguida, de 0,58 a 1,17 e assim por diante.

Compare os dois histogramas. Qual o intervalo mais provável (que ocorre com mais frequência) em cada situação? Observe o comportamento dos histogramas para diferentes sorteios, clicando na caixa de seleção da célula A1.

2.7) Em seguida, faça uma cópia da planilha e aumente a quantidade de lançamentos para 1000 e refaça os histogramas. Observe o comportamento dos gráficos para diferentes sorteios. Perceba que os histogramas ficam mais regulares do que com 150 amostras de média.