Atividade 5: Período do Pêndulo Simples e aceleração da gravidade

Objetivos:

1) Medir período (T) de oscilação do pêndulo simples;
2) Inferir a função T(L), onde L é o comprimento do pêndulo simples;
3) Determinar a aceleração da gravidade;
4) Compreender o conceito de ajuste de curva/linha de tendência.

Materiais: pêndulo (hastes de metal e fixadores para a bancada, fio, discos de metal, gancho), régua, trena.

Introdução

Na primeira parte deste experimento, você verificou que a massa do pêndulo não influencia no seu período. Isto é, dentro das incertezas das medidas, o período não variou, mostrando que seu período não depende da massa. No experimento de hoje, veremos como o período depende do comprimento do fio. Em seguida, a partir de um modelo, será determinada a aceleração da gravidade (g).

Parte 1. Variando o comprimento do pêndulo

Usando o material disponível nas bancadas, monte um pêndulo simples na borda da mesa. Inicialmente, use o maior comprimento possível para o fio.

1) Meça o comprimento do pêndulo com a trena e anote na tabela. A medida deve ser feita do ponto de fixação até o centro de massa do pendente;

2) Coloque o pêndulo para realizar oscilações de pequenas amplitudes (θ<15° com a vertical). Com o seu cronômetro, meça o tempo para ele realizar várias (**n**) oscilações. Anote o valor do período na tabela. (Não é necessário fazer média e desvio padrão, uma medida das n oscilações basta para cada valor de L).

Diminua o comprimento do pêndulo e repita os passos 1 e 2. Você deverá determinar o período para 5 comprimentos diferentes do pêndulo.

Digite as medidas de comprimento e período numa planilha.

Parte 2. O modelo do pêndulo simples e determinação de g

É possível determinar teoricamente, a partir das leis da dinâmica, o período do pêndulo. O período do pêndulo é dado[1] pela seguinte equação:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \quad (1)$$

onde ***g*** é a aceleração da gravidade.

Utilize a Eq. (1) para obter uma expressão para a aceleração da gravidade (g) em função do comprimento L e do período T do pêndulo.

[1] Se considerarmos que o fio seja inextensível, possua massa desprezível, a resistência do ar possa ser desprezada e as oscilações sejam pequenas o suficiente (θ < 15°).

Agora, na planilha, utilize a equação acima e suas 5 medidas de L e T para fazer uma determinação de g para cada medida. Determine sua média e incerteza e, em seguida, faça o relato da medida, de acordo com as regras vistas na aula passada.

Relato da medida de g

A sua medida é compatível com o valor aceito para Natal (g = 9,78 m/s²)? Leve em conta a incerteza da sua medida.

Parte 3. Gráfico T^2(L) e Ajuste de Curva

Nesta seção, vamos fazer uma nova abordagem para determinar ***g***, chamada de ajuste de função. Esse método também é conhecido como ajuste de curva, *best fit* ou *linha de tendência*, e consiste em um procedimento para determinar parâmetros (constantes) de um modelo teórico a partir de dados. No nosso caso, nosso modelo teórico é a Eq. (1). Vamos começar fazendo um gráfico escolhendo os eixos de forma conveniente, de acordo com o modelo. Para isto, vamos *linearizar* a equação (1), elevando ambos os lados ao quadrado:

$$T^2 = (2\pi)^2 L/g, \quad (2)$$

Na planilha, crie uma coluna para *T^2*. Em seguida, faça um gráfico do tipo dispersão de *T^2* (eixo vertical) em função de *L* (eixo horizontal). Observe a relação entre estas duas variáveis. O comprimento do fio influencia no período do pêndulo?

Pelo modelo linearizado da equação (2), o quadrado do período (*T^2*) varia em função de *L* segundo uma função do tipo:

$$f(x) = Ax, \quad (3)$$

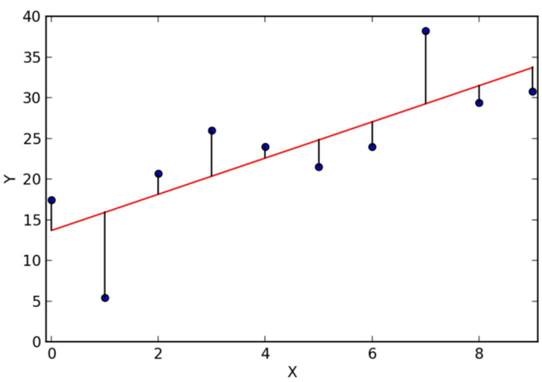
onde *A* é uma constante. Note, então, que esta é a equação de uma reta (*y* = *Ax* +*B*), para o caso particular em que o coeficiente linear é nulo (*B=0*).

Observe que na relação acima (Eq. 3), usamos a notação f(x) usada nos livros de matemática. É fundamental compreender, comparando com o modelo linearizado (Eq. 2), a correspondência: $T^2 \leftrightarrow f$ e $L \leftrightarrow x$. Se você compreendeu bem, identificará a constante A como sendo

$$A = (2\pi)^2/g. \quad (4)$$

O objetivo do procedimento a seguir, o ajuste de curva, é determinar a constante *A* para, a partir dela, determinar ***g***.

Para ilustrar o ajuste de curva, considere que um estudante coleta dados de uma variável ***y*** em função de ***x***. O estudante acredita que seus dados podem ser explicados por um dado modelo: y = Ax + B (uma reta). A questão agora é: **qual é a reta que melhor representa os dados experimentais**? A figura ao lado ilustra os dados do estudante no plano xy.



O procedimento de ajuste de curva (uma reta, neste exemplo) determina qual é a reta que melhor *se ajusta* aos dados, e faz isso determinando a reta que minimiza a soma das distâncias[2] dos pontos experimentais à reta (segmentos de reta verticais na figura).

Determinar esta reta significa conhecer sua equação e, portanto, as constantes do modelo (A e B). Em vez de uma reta, pode ser feito o ajuste de qualquer outra função.

O ajuste de curva é usualmente feito por algoritmos computacionais, e pode ser realizado pelo Google Planilhas: entre no modo de edição do gráfico (clique duplo). Na aba “personalizar”, vá na opção “série”. Marque a caixa de seleção “linha de tendência”. Para fazer o ajuste de uma reta, selecione o tipo “linear”. Na opção “marcador”, selecione “usar equação”, e a equação do ajuste da reta será mostrada no gráfico.

Alternativamente, você pode utilizar a função **`PROJ.LIN(y,x)`** para obter os coeficientes *A* e *B* da reta ajustada. Substitua **`y`** pela coluna dos T^2 e **`x`** pela coluna dos *L*. A função **`PROJ.LIN`** vai escrever valores em duas células: à esquerda vem o coeficiente angular A e à direita o coeficiente linear B.

1) Utilize o valor obtido para a constante A e faça uma nova determinação de g.
2) Determine a diferença relativa (Δ) entre a sua medida e o valor aceito para Natal (g = 9,78 m/s²).
3) O coeficiente linear, *B*, é compatível com zero? Isso é consistente com o modelo da eq. (2)?

Habilidades trabalhadas

h2.2 Reconhecer nas situações quem faz papel de variável dependente e variável independente.

h2.5 Reconhecer as curvas das funções básicas: reta, parábola, exponencial crescente e decrescente, seno, cosseno, hipérbole, raiz quadrada, gaussiana, logaritmo.

h2.8 Construir gráficos em planilhas no computador a partir de uma tabela de dados, reconhecendo o melhor tipo de gráfico e observando aspectos estéticos.

h3.3 Reconhecer as principais funções e suas propriedades em contextos em que se empregam diferentes notações para as variáveis e parâmetros das funções, não ficando preso a y(x) ou f(x).

hb7.3 Identificar as quantidades relevantes para a análise em problemas práticos simples, bem como a diferente complexidade da análise das diferentes quantidades.

hb7.4 Desenvolver atitude ativa na operação de instrumentos de medida.

hb7.7 Estimar a incerteza em medidas com efeitos sistemáticos, calcular a incerteza em medidas com efeitos aleatórios e relatar o resultado da medida segundo as normas.

---

[2] A rigor, é a reta que minimiza a soma dos quadrados das distâncias, por isso o método também é chamado de Método dos Mínimos Quadrados