

Lista de exercícios 1

Cálculo II

Prof. Elton Carvalho — ECT — UFRN

Entrega: Quarta-feira 26/04/2023

1. Defina a integral imprópria $\int_a^b f(x) dx$ para cada um dos seguintes casos:

- (a) f possui uma descontinuidade infinita em a
- (b) f possui uma descontinuidade infinita em b
- (c) f possui uma descontinuidade infinita em c , com $a < c < b$

2. Calcule

- | | | |
|---|---|---|
| (a) $\int_1^2 \frac{1}{x^3} dx$ | (e) $\int_0^{+\infty} e^{-sx} dx, s > 0$ | (i) $\int_{-\infty}^0 xe^{-x^2} dx$ |
| (b) $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^3} dx$ | (f) $\int_0^{+\infty} xe^{-sx} dx, s > 0$ | (j) $\int_{-\infty}^{+\infty} xe^{-x^2} dx$ |
| (c) $\int_0^1 \frac{1}{x^3} dx$ | (g) $\int_{-\infty}^0 e^t \sin t dt$ | (k) $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{4+x^2} dx$ |
| (d) $\int_0^1 e^{-sx} dx, s > 0$ | (h) $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{ x } dx$ | (l) $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^3+x} dx$ |

3. Calcule $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx$ com $f(x)$ dado por

- | | |
|--|--|
| (a) $f(x) = \begin{cases} 1 & \text{se } x \leq 1 \\ 0 & \text{se } x > 1 \end{cases}$ | (b) $f(x) = \begin{cases} 1 & \text{se } x \leq 1 \\ \frac{1}{x^2} & \text{se } x > 1 \end{cases}$ |
|--|--|

4. Determine k para que

- (a) $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1$, com $f(x) = \begin{cases} k & \text{se } |x| \leq 3 \\ 0 & \text{se } |x| > 3 \end{cases}$
- (b) $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{k|t|} dt = 1$

5. Calcule o volume do sólido obtido pela rotação em torno do eixo x do conjunto de todos os (x, y) tais que:

- (a) $1 \leq x \leq e$ e $0 \leq y \leq \ln x$
- (b) $0 \leq x \leq \pi$ e $0 \leq y \leq \sin x$

- (c) $y^2 \leq 2x - x^2$ e $y \geq 0$
 (d) $0 \leq x \leq 2, y \geq \sqrt{x-1}$ e $0 \leq y \leq x^2$
6. Calcule o volume do sólido obtido pela rotação em torno do eixo y do conjunto de todos os (x, y) tais que:
- (a) $0 \leq x \leq 6, 0 \leq y \leq 2$ e $y \geq \sqrt{x-2}$
 (b) $0 \leq x \leq 6, 0 \leq y \leq 2$ e $y \leq \sqrt{x-2}$
 (c) $0 \leq x \leq \pi$ e $0 \leq y \leq \sin x$
7. Calcule a área da superfície gerada pela rotação, em torno do eixo x , do gráfico da função:
- (a) $f(x) = \cosh x \equiv \frac{e^x + e^{-x}}{2}, -1 \leq x \leq 1$
 (b) $f(x) = \sqrt{R^2 - x^2}, -R \leq x \leq R, R > 0$
 (c) $f(x) = \sqrt{x}, 1 \leq x \leq 4$
8. A Figura 1 mostra um cabo telefônico suspenso entre dois postes em $x = -b$ e em $x = b$. Devido ao peso, o cabo adota a forma de uma *catenária*, descrita por $y = c + a \cosh \frac{x}{a}$.

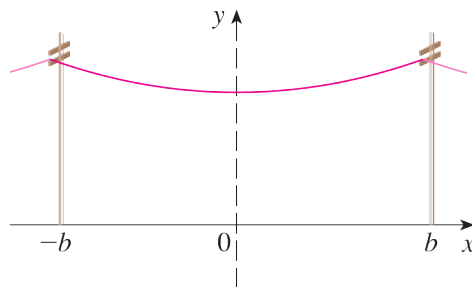


Figura 1: Cabo telefônico suspenso em forma de catenária

- (a) Obtenha o comprimento do fio.
 (b) Suponha que os postes estejam distantes 50 m um do outro e que o comprimento do cabo entre eles seja de 51 m. Se o ponto mais baixo do cabo deve estar a 20 m de altura, qual deve ser a altura dos pontos de sustentação do cabo nos postes?