

# Lista de exercícios 1

## Cálculo II

Prof. Elton Carvalho — ECT — UFRN

Entrega: 12/04/2023

1. Calcule

(a)  $\int_0^1 \frac{1}{2} dx$

(d)  $\int_{-1}^0 e^{-2x} dx$

(g)  $\int_0^1 \frac{2x}{1+x^2} dx$

(b)  $\int_0^2 (t^2 + 3t - 1) dt$

(e)  $\int_0^1 \frac{1}{1+x} dx$

(h)  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} (3 + \cos 3x) dx$

(c)  $\int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \cos 2x dx$

(f)  $\int_0^1 3^x dx$

(i)  $\int_0^1 \sin 5x dx$

2. Calcule

(a)  $\int_1^2 x\sqrt{x^2+1} dx$

(d)  $\int_0^{\pi} \sin x \cos^2 x dx$

(g)  $\int_0^{t_f} \frac{F}{M-kt} dt$

(b)  $\int_0^{\pi} x \cos x^2 dx$

(e)  $\int_{-1}^1 \sqrt[3]{x+1} dx$

(h)  $\int_0^{t_f} \frac{F}{k} \ln \left( \frac{M}{M-kt} \right) dt$

(c)  $\int_0^3 \frac{x}{\sqrt{x+1}} dx$

(f)  $\int_0^1 xe^{x^2} dx$

3. Esboce os conjuntos e calcule suas áreas:

(a) Plano limitado pelas retas  $x = 1$ ,  $x = 3$ , pelo eixo  $x$  e pelo gráfico de  $y = x^3$

(b) Plano limitado pelo eixo  $x$ , pelo gráfico de  $y = x^3 - x$ ,  $-1 \leq x \leq 1$

(c) Plano limitado pelas curvas  $y = \sin x$ ,  $y = \cos x$ ,  $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$

(d) Plano entre as curvas  $y = \cos \pi x$  e  $y = 4x^2 - 1$

4. Seja  $f$  uma função par  $f(-x) = f(x)$  e contínua em  $[-r, r]$ ,  $r > 0$ .

Mostre que  $\int_{-r}^r f(x) dx = 2 \int_0^r f(x) dx$ . Interprete graficamente este resultado.

5. Considere uma partícula em movimento retilíneo com a função velocidade (em metros por segundo) dada em cada item a seguir. Calcule o deslocamento total e a distância percorrida pela partícula no intervalo dado.

$$(a) v(t) = 2t - 5; \text{ com } 0 \leq t \leq 5$$

$$(b) v(t) = -9,81t; \text{ com } 0 \leq t \leq 1$$

$$(c) v(t) = -(0,1)2\pi \sin(2\pi t); \text{ com } 0 \leq t \leq 2,5$$

6. Considere uma partícula em movimento retilíneo com a função aceleração (em  $\text{m/s}^2$ ) dada em cada item a seguir. Calcule:

1. A velocidade da partícula em função do tempo:  $v(t)$ ;

2. O deslocamento da partícula no intervalo dado.

$$(a) a(t) = t + 4; v(0) = 5; 0 \leq t \leq 10$$

$$(c) a(t) = -(0,1)(2\pi)^2 \cos(2\pi t); v(0) = 0;$$

$$(b) a(t) = -9,81; v(0) = 0; 0 \leq t \leq 5$$

$$0 \leq t \leq 2,5$$

7. Um foguete funciona expelindo gás a alta velocidade na direção oposta à aceleração desejada. Esse gás é resultado da queima do combustível\* presente no foguete. Suponha que os motores do foguete estão ajustados para consumir seu propelente a uma taxa constante de  $k$  (em  $\text{kg/s}$ ) para produzir uma força  $F$  constante†, isso o sujeita a uma aceleração

$$a(t) = \frac{F}{m(t)},$$

onde  $m(t)$  é a massa do foguete. Note que a massa do foguete diminui à medida que o propelente é consumido:

$$m(t) = M - kt,$$

com  $M$  sendo a massa inicial do foguete totalmente abastecido.

A partir daí:

(a) Escreva uma expressão para a aceleração  $a(t)$  utilizando a função  $m(t)$  dada.

(b) Mostre que velocidade no tempo  $t$  será dada por

$$v(t) = \frac{F}{k} \ln \left( \frac{M}{M - kt} \right),$$

considerando que o foguete começa parado ( $v(0) = 0$ ).

(c) Mostre que o deslocamento do foguete é dado por

$$x(t) = \frac{F}{k^2} (M - kt) \left[ \ln \left( \frac{M - kt}{M} \right) - 1 \right] + \frac{FM}{k^2},$$

a partir do instante  $t = 0$ .

(d) Para quais valores de  $t > 0$  a função  $m(t)$  perde o sentido?

8. Um corpo em movimento colide com uma mola, que se comprime  $\Delta x = 10 \text{ cm}$  até o instante em que o corpo pára. Nesse processo, a mola realiza trabalho  $W = -1660 \text{ J}$  sobre o corpo.

Calcule a constante elástica  $k$  da mola, nos cenários em que, no início do processo, a mola se encontrava:

---

\*Geralmente trata-se de uma mistura combustível + oxidante, chamada *propelente*, mas isso é irrelevante para o problema de cálculo...

†Isso significa, por exemplo, expelir uma massa  $k$  de propelente por segundo a uma velocidade  $v_e$  constante.

- (a) Relaxada.
- (b) Comprimida em 10 cm.
- (c) Estendida em 10 cm.
- (d) Estendida em 5 cm.