# Lista de exercícios 0
# Pré-requisitos
# Cálculo II

Prof. Elton Carvalho — ECT — UFRN

1. Calcule $f'(x)$.

   (a) $f(x) = 3x^3 - 2x^2 + 4$

   (b) $f(x) = 3x + \sqrt{x}$

   (c) $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x}}$

   (d) $f(x) = \dfrac{2x+1}{x+2}$

   (e) $f(x) = \dfrac{4}{\sqrt{1-x}}$

2. Obtenha as derivadas das seguintes funções:

   (a) $f(x) = 3x^2 + 5\cos x$

   (b) $f(x) = \dfrac{\cos x}{x^2+1}$

   (c) $f(x) = \cos x + (x^2+1)\,\mathrm{sen}\,x$

   (d) $f(x) = \dfrac{x^2+1}{\sec x}$

3. Seja $y = e^x \cos x$. Verifique que $\dfrac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}x^2} - 2\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} + 2y = 0$.

4. Um polinômio de grau $n$ tem a forma geral

   $$P(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0 = \sum_{i=0}^{n} a_i x^i,$$

   com $a_n \neq 0$. Obtenha a derivada de $P$.

5. Uma caixa d'água é formada por uma casca cilíndrica de concreto como na Figura 1. Utilizando a fórmula para o volume de um cilindro, explique por que o volume da casca é

   $$V = \pi R^2 h - \pi r^2 h.$$

   Fatore essa expressão para mostrar que

   $$V = 2\pi \cdot \text{raio médio} \cdot \text{altura} \cdot \text{espessura},$$

   determinando as expressões para o que seria o raio médio desse cilindro e sua espessura. Use o diagrama "desenrolado" para explicar por que essa expressão faz sentido geometricamente.

6. Calcule


Figura 1: Caixa d'água formada por casca cilíndrica e diagrama da casca "desenrolada"

(a) $\displaystyle\int \frac{1}{2}\, \mathrm{d}x$ (c) $\displaystyle\int e^{-2x}\, \mathrm{d}x$ (e) $\displaystyle\int \frac{2x}{1+x^2}\, \mathrm{d}x$

(b) $\displaystyle\int (t^2+3t-1)\, \mathrm{d}t$ (d) $\displaystyle\int \frac{1}{1+x}\, \mathrm{d}x$ (f) $\displaystyle\int (3+\cos 3x)\, \mathrm{d}x$

7. Calcule

(a) $\displaystyle\int x\sqrt{x^2+1}\, \mathrm{d}x$ (c) $\displaystyle\int \frac{x}{\sqrt{x+1}}\, \mathrm{d}x$ (e) $\displaystyle\int xe^{x^2}\, \mathrm{d}x$

(b) $\displaystyle\int x\cos x^2\, \mathrm{d}x$ (d) $\displaystyle\int \operatorname{sen} x\cos^2 x\, \mathrm{d}x$ (f) $\displaystyle\int x\sqrt{x^4+3}\, \mathrm{d}x$

8. A Figura 2 mostra um cabo telefônico suspenso entre dois postes em $x=-b$ e em $x=b$. Devido ao peso, o cabo adota a forma de uma *catenária*, descrita por $y=c+a\cosh\left(\frac{x}{a}\right)$. A função $\cosh(x)=\dfrac{e^x+e^{-x}}{2}$ é chamada de *cosseno hiperbólico*. Existe também a função *seno hiperbólico*, definida como $\operatorname{senh}(x)=\dfrac{e^x-e^{-x}}{2}$.

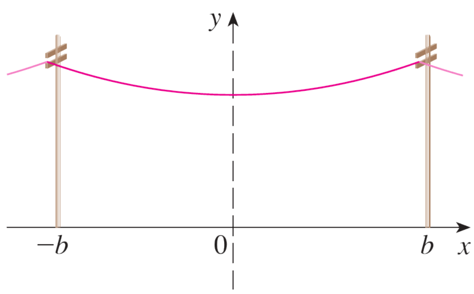


Figura 2: Cabo telefônico suspenso em forma de catenária

(a) Mostre que $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\cosh(x)=\operatorname{senh}(x)$.

(b) Mostre que $\displaystyle\int \operatorname{senh}(x)\, \mathrm{d}x=\cosh(x)+k$.

(c) Mostre que $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\operatorname{senh}(x)=\cosh(x)$.

(d) Mostre que a inversa de $\cosh(x)$, chamada *arco-cosseno hiperbólico*, é dada por

$$\operatorname{arccosh}(x)=\ln\left(x+\sqrt{x^2-1}\right).$$

(e) Suponha que os postes da Figura 2 estejam distantes 50,0 m um do outro, o ponto mais baixo do cabo está a 10,0 m solo e os pontos de sustentação do cabo, no poste, estão a 11,5 m de altura.

   i. Identifique na figura as medidas descritas acima.

   ii. Identifique os valores de $a$ e $c$ na função $y = c + a \cosh\left(\frac{x}{a}\right)$ para descrever as medidas acima. *(Pode ser necessário usar calculadora para obter alguns valores. Nesse caso, utilize três algarismos significativos.)*

   iii. Qual a altura do cabo em $x = 12{,}5$ m?