

Lista de exercícios
Aula 19 – Autovalores e autovetores
Álgebra Linear

Prof. Elton Carvalho – ECT – UFRN

1. Encontre os autovalores e autovetores correspondentes dos operadores $T \in L(\mathbb{R}^2)$ abaixo.
 - (a) $T(x, y) = (x + y, x - y)$
 - (b) $T(x, y) = (-x, -y)$
 - (c) $T(1, 0) = (0, -1)$ e $T(0, 1) = (1, 0)$
 - (d) $T(x, y) = (2y, x)$
2. Obtenha os autovalores e autovetores correspondentes dos seguintes operadores lineares.
 - (a) $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$ tal que $T(x, y, z, w) = (x, x + y, x + y + z, x + y + z + w)$
 - (b) $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ tal que $T(ax^2 + bx + c) = ax^2 + cx + b$
 - (c) $T : M_{2 \times 2}(\mathbb{R}) \rightarrow M_{2 \times 2}(\mathbb{R})$ tal que $T(M) = M^T$, leva a matriz M à sua transposta.
3. Verifique que λ é autovalor e v_λ é o respectivo autovetor do operador $T : C(\mathbb{R}) \rightarrow C(\mathbb{R})$ nos casos:
 - (a) $T(f(x)) = f'(x)$; $\lambda = \lambda$; $v_\lambda = e^{\lambda x}$
 - (b) $T(f(t)) = f''(t)$; $\lambda = -\omega^2$; $v_\lambda = \sin(\omega t)$
 - (c) $T(f(t)) = f''(t)$; $\lambda = -\omega^2$; $v_\lambda = \cos(\omega t)$
4. Encontre o operador linear $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, tal que $T(x, y)$ tenha autovalores -1 e 3 associados respectivamente aos autovetores $(3y, y)$ e $(-2y, y)$.
5. Considere $A = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$.
 - (a) Calcule os autovalores e autovetores correspondentes de A e A^2 .
 - (b) O que você pode dizer ao comparar os autovetores de A e A^2 ?
 - (c) E quanto aos autovalores?
 - (d) O que você espera dos autovalores e autovetores de A^3 ? Verifique.
 - (e) Use a equação de autovetores $Av = \lambda v$ para demonstrar esse resultado para A^n .
6. Considere $A = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$.
 - (a) Calcule os autovalores e autovetores correspondentes de A e A^{-1} , a matriz inversa de A .
 - (b) O que você pode dizer ao comparar os autovetores de A e A^{-1} ?
 - (c) E quanto aos autovalores?
 - (d) Use a equação de autovetores $Av = \lambda v$ para demonstrar esse resultado para uma matriz A inversível qualquer. (SUGESTÃO multiplique por A^{-1} pela esquerda de ambos os lados)