Lista de exercícios
Aula 17 – Transformações e geometria
Álgebra Linear

Prof. Elton Carvalho — ECT — UFRN

Considere as seguintes transformações no $\mathbb{R}^3$.

1. Escreva a matriz do operador S que escala (amplia/reduz) um sólido de maneira uniforme por um fator c.

2. Qual a transformação representada pela matriz abaixo?

$$R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

3. Utilizando coordenadas homogêneas: $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \sim (x, y, z, 1) \in \mathbb{R}^4$, obtenha a matriz $[T]$ do operador translação T tal que $T(x, y, z) = (x + a, y + b, z + c)$, ou seja:

$$[T] \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x + a \\ y + b \\ z + c \\ 1 \end{bmatrix}$$

4. Em três dimensões, toda rotação R se dá em torno de algum eixo. Ou seja, o eixo não se move e apenas as coordenadas ortogonais a ele se transformam de forma análoga ao caso bidimensional.
   (a) Escreva a matriz R_z que representa uma rotação em torno do eixo z de um ângulo θ.
   (b) Faça o mesmo para uma rotação em torno do eixo y.

5. Mostre que a matriz da translação por um vetor $(-a, -b, -c)$ é a inversa da matriz da translação por (a, b, c). O que isso significa?

6. Mostre, no $\mathbb{R}^2$, que a matriz da rotação de um ângulo θ em torno da origem é a matriz inversa da rotação de um ângulo $-\theta$. O que isso significa?