Lista de exercícios
Aula 04 – Dependência Linear
Álgebra Linear

Prof. Elton Carvalho — ECT — UFRN

1. No $\mathbb{R}^3$, determine se os seguintes conjuntos de vetores são linearmente dependentes:
   (a) $(4, 3, -2), (2, 6, 7)$
   (b) $(-4, 6, -2), (2, -3, 1)$
   (c) $(1, -3, 7), (2, 0, -6), (3, -1, 1), (2, 4, 6)$
   (d) $(1, 2, -3), (1, -3, 2), (2, -1, 5)$

2. No espaço $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ das matrizes 2×2 reais, determine se os vetores abaixo são linearmente dependentes
   (a) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$
   (b) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & -5 \\ -4 & 0 \end{bmatrix}$

3. No espaço $P(\mathbb{R})$ dos polinômios reais, determine se os vetores $\boldsymbol{u}, \boldsymbol{v}, \boldsymbol{w}$ abaixo são linearmente dependentes
   (a) $\boldsymbol{u} = t^3 + 4t^2 - 2t + 3$; $\boldsymbol{v} = t^3 + 6t^2 - t + 4$; $\boldsymbol{w} = 3t^3 + 8t^2 - 8t + 7$
   (b) $\boldsymbol{u} = t^3 - 3t^2 + 5t + 1$; $\boldsymbol{v} = t^3 - t^2 + 8t + 2$; $\boldsymbol{w} = 2t^3 + 4t^2 + 9t + 7$

4. Mostre que o conjunto de vetores $\{1, x, x^2, 2 + x + x^2\}$ de $P_2(\mathbb{R})$ é L.D. e que qualquer subconjunto de três elementos dele é L.I.
   NOTA: $P_2(\mathbb{R})$ é o espaço vetorial dos polinômios de grau igual ou inferior a 2 com coeficientes reais.

5. Mostre que o conjunto $\{1, \cos x, \cos 2x\}$ de vetores de $C([-\pi, \pi])$ é L.I.
   NOTA: $C([-\pi, \pi])$ é o espaço vetorial das funções contínuas no intervalo $[-\pi, \pi]$.

6. Considere dois vetores $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$ e $\begin{bmatrix} c \\ d \end{bmatrix}$ no $\mathbb{R}^2$. Mostre que eles são L.D. se $ad - bc = 0$. Mostre que se $ad - bc \neq 0$, eles são L.I.