Lista de exercícios
Aula 02 – Subespaços vetoriais
Álgebra Linear

Prof. Elton Carvalho — ECT — UFRN

1. Quais dos conjuntos abaixo de vetores $\boldsymbol{v} = (v_1, \dots, v_n)$ de $\mathbb{R}^n$ é subespaço de $\mathbb{R}^n$ (com $n \geq 3$)?
   (a) $\{\boldsymbol{v} \in \mathbb{R}^n | v_1 \geqslant 0\}$
   (b) $\{\boldsymbol{v} \in \mathbb{R}^n | v_1 + 3v_2 = v_3\}$
   (c) $\left\{\boldsymbol{v} \in \mathbb{R}^n \middle| v_2 = v_1^2\right\}$
   (d) $\{\boldsymbol{v} \in \mathbb{R}^n | v_1 v_2 = 0\}$

2. Seja V o espaço vetorial de todas as funções reais: $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$. Quais conjuntos de funções abaixo são subespaços de V?
   (a) Todas as f contínuas.
   (b) Todas as f ímpares, ou seja, $f(-t) = -f(t)$
   (c) Todas as f tais que $f(0) = f(1)$
   (d) Todos os polinômios.

3. Mostre que o conjunto das matrizes $n \times n$ simétricas é um subespaço vetorial de $M_{n\times n}(\mathbb{R})$.
   Nota: Uma matriz A é simétrica se for igual à sua transposta, ou seja, $A^T = A$.

4. Seja $C([0,1])$ o espaço vetorial das funções contínuas no intervalo $[0,1]$. Verifique se os subconjuntos abaixo são subespaços de $C([0,1])$:
   (a) $\{f \in C([0,1]) \mid f(0) = 0\}$
   (b) $\left\{f \in C([0,1]) \middle| \int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x = 0\right\}$

5. Mostre que se S_1 e S_2 são subespaços vetoriais de V, então a soma $S_1 + S_2$ será fechada por multiplicação por escalar, isto é, se $\boldsymbol{v} \in S_1 + S_2$, então $\alpha\boldsymbol{v} \in S_1 + S_2$.