Notas de aula ECT2202 T02 2021-11-25 Aula 10 — MMQ e dúvidas

Burocracia.

Provas

Obj 6pts	4 out
disc 4	1 out

0-10 (+ listas)

$$M = \frac{3Q + 7P}{10}$$

Revisão, dúvidas produto interno

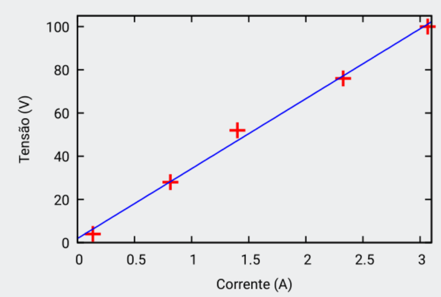
Resistência elétrica

$$V = V_0 + Ri$$

Dados

Corrente i (A)	Tensão V (V)
0.135	4.00
0.814	28.0
1.400	52.0
2.327	76.0
3.066	100

Gráfico



Ajuste

$$\begin{cases} V_0 = (1.88 \pm 2.56)\,\mathrm{V} \\ R = (32.37 \pm 1.37)\,\Omega \end{cases}$$

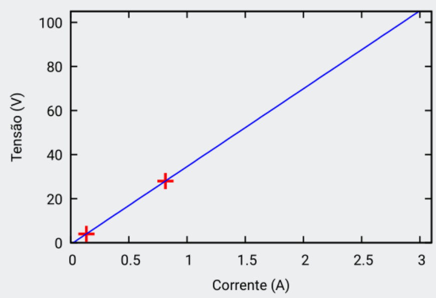
Resistência elétrica

$$V = V_0 + Ri$$

Dados

Corrente i (A)	Tensão V (V)
0.135	4.00
0.814	28.0

Gráfico



Ajuste

$$\begin{cases} V_0 + 0.135R = 4.00 \\ V_0 + 0.814R = 28.00 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V_0 = -0.772\,\text{V} \\ R = 35.3\,\Omega \end{cases}$$

$L_2 \leftarrow L_2 - L_1$

$$\begin{cases} V_0 + 0.135R = 4.00 \\ +(0.814 - 0.135)R = 28 - 4 \end{cases}$$

$$R = \frac{24}{0.814 - 0.135}$$

```
24/(0.814 - 0.135)
35.346097201767304608
```

$35,3\,\Omega$

Trabalho de mesa (artes cênicas)

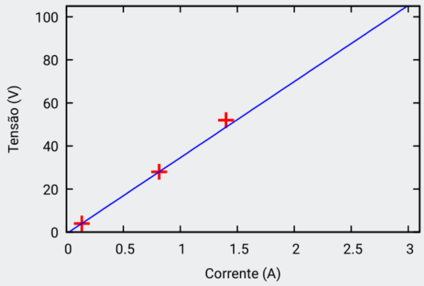
Resistência elétrica

$$V = V_0 + Ri$$

Dados

Corrente i (A)	Tensão V (V)
0.135	4.00
0.814	28.0
1.400	52.0

Gráfico



Ajuste

$$\begin{cases} V_0 + 0.135R = 4.00 \\ V_0 + 0.814R = 28.00 \\ V_0 + 1.400R = 52.00 \end{cases} \Rightarrow \text{Incompatível}$$

Queremos

- Minimizar a soma ao quadrado dos resíduos:

$$\sum_i (y_i - f(x_i))^2$$

- Minimizar a norma (ao quadrado) do vetor

$$\|\mathbf{y} - \mathbf{f}\|^2 = \langle \mathbf{y} - \mathbf{f}, \mathbf{y} - \mathbf{f} \rangle$$

- Definimos o produto interno

$$\langle \mathbf{f}, \mathbf{g} \rangle = \sum_i f(x_i) g(x_i)$$

- As duas operações são a mesma:

$$\|\mathbf{y} - \mathbf{f}\|^2 = \sum_i (y_i - f(x_i))^2$$

- Será mínimo quando

$$\begin{cases} \alpha_1 \langle \mathbf{g}_1, \mathbf{g}_1 \rangle + \alpha_2 \langle \mathbf{g}_1, \mathbf{g}_2 \rangle = \langle \mathbf{g}_1, \mathbf{y} \rangle \\ \alpha_1 \langle \mathbf{g}_2, \mathbf{g}_1 \rangle + \alpha_2 \langle \mathbf{g}_2, \mathbf{g}_2 \rangle = \langle \mathbf{g}_2, \mathbf{y} \rangle \end{cases}$$

- $\langle \mathbf{g}_1, \mathbf{g}_1 \rangle = \sum_i g_1(x_i)^2$
- $\langle \mathbf{g}_2, \mathbf{g}_2 \rangle = \sum_i g_2(x_i)^2$
- $\langle \mathbf{g}_1, \mathbf{g}_2 \rangle = \sum_i g_1(x_i) g_2(x_i)$
- $\langle \mathbf{g}_1, \mathbf{y} \rangle = \sum_i g_1(x_i) y_i$; $\langle \mathbf{g}_2, \mathbf{y} \rangle = \sum_i g_2(x_i) y_i$

Resistência elétrica

$V = V_0 + Ri \qquad f(x) = a + bx$

$\boldsymbol{g}_1 = 1 \qquad \boldsymbol{g}_2 = x$

Dados

Corrente (A) [x_i]	Tensão V (V) [y_i]
0.135	4.00
0.814	28.0
1.400	52.0
2.327	76.0
3.066	100

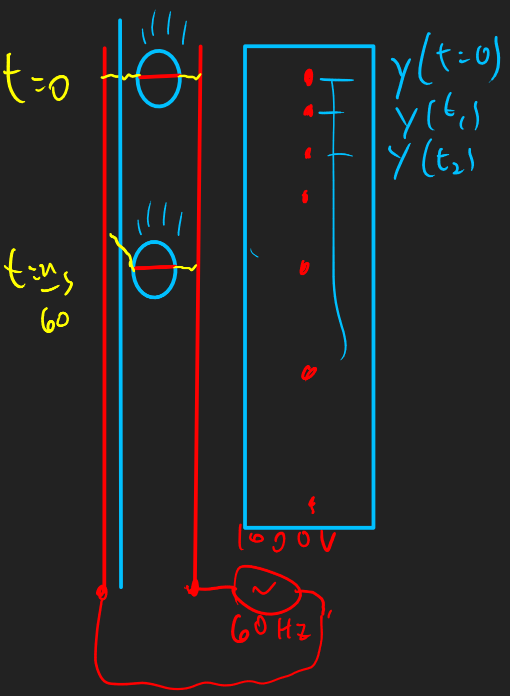
MMQ

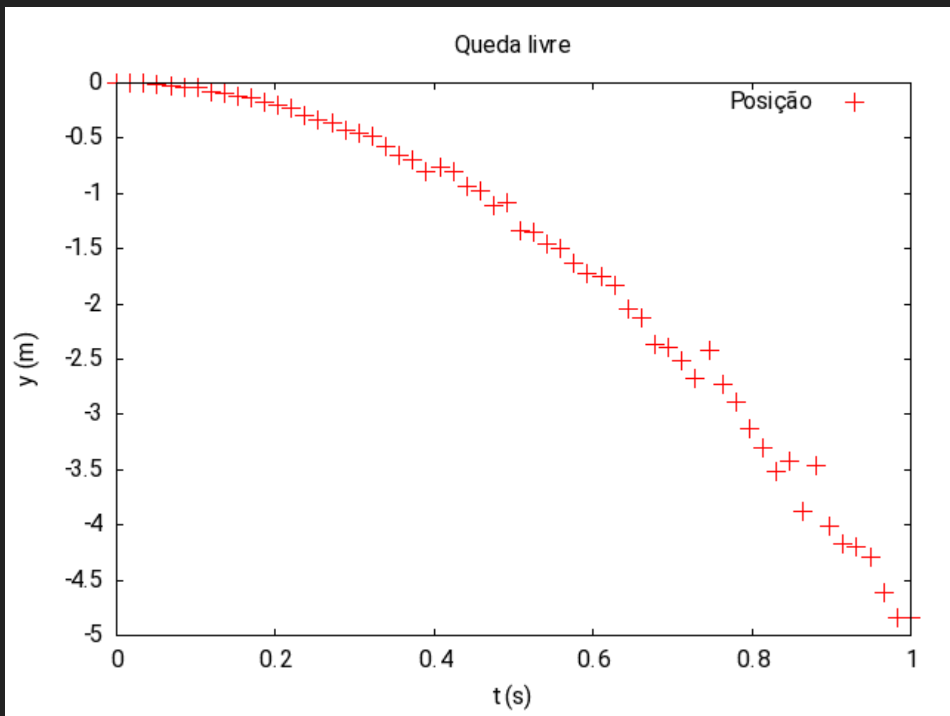
$$\begin{cases} a\langle \boldsymbol{g}_1, \boldsymbol{g}_1\rangle + b\langle \boldsymbol{g}_1, \boldsymbol{g}_2\rangle = \langle \boldsymbol{g}_1, \boldsymbol{y}\rangle \\ a\langle \boldsymbol{g}_2, \boldsymbol{g}_1\rangle + b\langle \boldsymbol{g}_2, \boldsymbol{g}_2\rangle = \langle \boldsymbol{g}_2, \boldsymbol{y}\rangle \end{cases}$$

- $\langle \boldsymbol{g}_1, \boldsymbol{g}_1\rangle = \sum_i 1^2 = 5$
- $\langle \boldsymbol{g}_2, \boldsymbol{g}_2\rangle = \sum_i x_i^2 = 17.46$
- $\langle \boldsymbol{g}_1, \boldsymbol{g}_2\rangle = \sum_i 1x_i = 7.742$
- $\langle \boldsymbol{g}_1, \boldsymbol{y}\rangle = \sum_i 1y_i = 260$
- $\langle \boldsymbol{g}_2, \boldsymbol{y}\rangle = \sum_i x_i y_i = 579.6$

$$\begin{cases} 5a + 7.742b = 260 \\ 7.742a + 17.46b = 579.6 \end{cases}$$

Queda livre





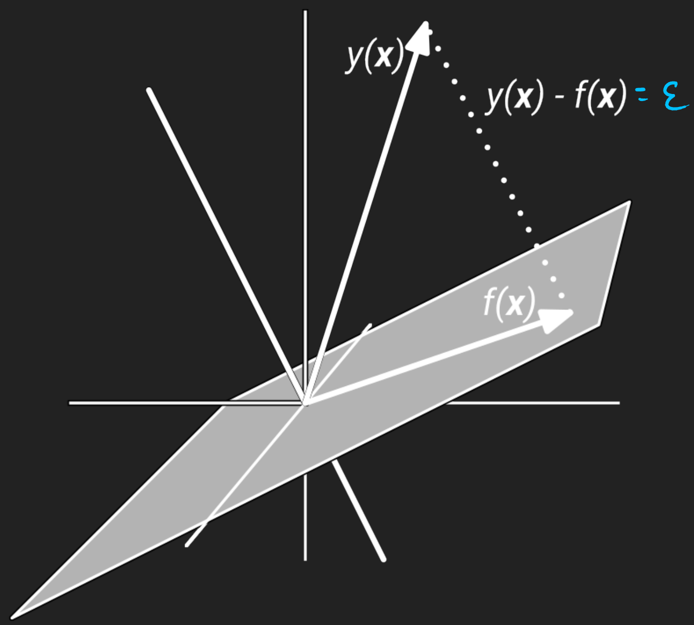
$f(t) = y_0 + v_0 t - \frac{g}{2} t^2$ → modelo

parâmetros

obter y_0, v_0, g que minimizem

$\varepsilon^2 = (y(t) - f(t))^2$

$$f(t) = y_0 + v_0 t - \frac{g}{2} t^2$$



$$f \in [1, t, t^2]$$

$$\langle \underbrace{y(t) - f(t)}_{\varepsilon}, f(t) \rangle = 0$$

$$\begin{cases} \langle \varepsilon, 1 \rangle = 0 \\ \langle \varepsilon, t \rangle = 0 \\ \langle \varepsilon, t^2 \rangle = 0 \end{cases}$$

3 inc: y_0, v_0, g

3 eq.

$$\begin{cases} \langle y(t) - (y_0 + v_0 t - \frac{g}{2} t^2), 1 \rangle = 0 \\ \langle y(t) - (y_0 + v_0 t - \frac{g}{2} t^2), t \rangle = 0 \\ \langle y(t) - (y_0 + v_0 t - \frac{g}{2} t^2), t^2 \rangle = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y_0 \langle 1,1 \rangle + v_0 \langle t,1 \rangle - \frac{g}{2} \langle t^2,1 \rangle = \langle y(t), 1 \rangle \\ y_0 \langle 1,t \rangle + v_0 \langle t,t \rangle - \frac{g}{2} \langle t^2,t \rangle = \langle y(t), t \rangle \\ y_0 \langle 1,t^2 \rangle + v_0 \langle t,t^2 \rangle - \frac{g}{2} \langle t^2,t^2 \rangle = \langle y(t), t^2 \rangle \end{cases}$$

valores fictícios

$$\begin{cases} 60 y_0 + 30{,}5\, v_0 - 600 \frac{g}{2} = 1537{,}4 \\ 30{,}5\, y_0 + 600\, v_0 - 1600 \frac{g}{2} = 9352{,}8 \\ \vdots \end{cases} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} y_0 \\ v_0 \\ g \end{bmatrix}$$

Con $\langle f, g \rangle = \sum_{i=1}^{n} f(t_i)\, g(t_i)$

Queremos

- Minimizar a soma ao quadrado dos resíduos:

$$\sum_i (y_i - f(x_i))^2$$

$$\sum \varepsilon_i^2$$

- Minimizar a norma (ao quadrado) do vetor

$$\|\boldsymbol{y} - \boldsymbol{f}\|^2 = \langle \boldsymbol{y} - \boldsymbol{f}, \boldsymbol{y} - \boldsymbol{f} \rangle$$

- Definimos o produto interno

$$\boxed{\langle \boldsymbol{f}, \boldsymbol{g} \rangle = \sum_i f(x_i) g(x_i)}$$

- As duas operações são a mesma:

$$\|\boldsymbol{y} - \boldsymbol{f}\|^2 = \sum_i (y_i - f(x_i))^2$$

- Será mínimo quando

$$\begin{cases} \alpha_1 \langle \boldsymbol{g}_1, \boldsymbol{g}_1 \rangle + \alpha_2 \langle \boldsymbol{g}_1, \boldsymbol{g}_2 \rangle = \langle \boldsymbol{g}_1, \boldsymbol{y} \rangle \\ \alpha_1 \langle \boldsymbol{g}_2, \boldsymbol{g}_1 \rangle + \alpha_2 \langle \boldsymbol{g}_2, \boldsymbol{g}_2 \rangle = \langle \boldsymbol{g}_2, \boldsymbol{y} \rangle \end{cases}$$