

Exemplo (multiprova)

dado espaço vetorial $\mathbb{R}^3$

determinar se
é L.I. o conjunto

$$S = \{ \overset{u}{(1, 1, 0)}, \overset{v}{(1, 0, 1)}, \overset{w}{(1, 1, 1)} \}$$

$$\mathbf{0} \in [S]$$

$$\mathbf{0} = \alpha u + \beta v + \gamma w$$

equação vetorial

$$\alpha = \beta = \gamma = 0 \quad \text{sempre é solução}$$

O conj. S será L.I. se somente se $\alpha = \beta = \gamma = 0$ for solução única da equação vetorial

$$\mathbf{0} = \alpha u + \beta v + \gamma w \quad \text{equação vetorial}$$

$$(0, 0, 0) = \alpha (1, 1, 0) + \beta (1, 0, 1) + \gamma (1, 1, 1) \quad \text{equação vetorial}$$

$$(0, 0, 0) = (\alpha + \beta + \gamma, \alpha + \gamma, \beta + \gamma) \quad \text{equação vetorial}$$

$$\begin{cases} \alpha + \beta + \gamma = 0 \\ \alpha + \gamma = 0 \\ \beta + \gamma = 0 \end{cases}$$

sistema linear de equações escalares
homôgeneo
3 equações
3 incógnitas

$$\alpha = \beta = \gamma = 0$$

é solução

é única?

Este sistema é determinado ou indeterminado?

$$L_2 \leftarrow L_2 - L_1 \quad \begin{cases} \alpha + \beta + \gamma = 0 \\ -\beta = 0 \\ \beta + \gamma = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha = 0 \\ \beta = 0 \\ \gamma = 0 \end{cases}$$

solução única.

sem variáveis livres. Sistema determinado.

Mostre que $\{1, t, 1-t\}$ é L.D. no espaço dos polinômios
 p, q, r

$$0 = \alpha p + \beta q + \gamma r$$

$$0 = \alpha + \beta t + \gamma(1-t)$$

equação vetorial

$$0 = (\alpha + \gamma) + (\beta - \gamma)t$$

equação vetorial

$$\begin{cases} \textcircled{\text{I}} & \alpha + \gamma = 0 \\ \textcircled{\text{II}} & \beta - \gamma = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

sistema de eq. escalares
homogênea

2 equações
3 incógnitas

obrigatoriamente uma variável livre.

$$\begin{cases} \textcircled{\text{I}} + \textcircled{\text{II}} & \alpha + \beta = 0 \\ \textcircled{\text{II}} & \beta = \gamma \end{cases} \quad \gamma \text{ é livre}$$

infinitas soluções

$\alpha = \beta = \gamma = 0$ é solução
não é única

$$-\gamma + \gamma t + \gamma(1-t) = (0, 0, 0)$$

$$(\gamma - \gamma) + (\gamma - \gamma)t = (0, 0, 0)$$

$$0 + 0 \cdot t = 0 \quad \forall \gamma \in \mathbb{R}$$

Logo $\{1, t, 1-t\}$ é L.D.
 p, q, r

$$r = p - q \Rightarrow \text{L.D.}$$

Ex.: polinômios

$$\left\{ \underbrace{1+t}_p, \underbrace{-2-2t}_q \right\} \text{ e' L.I?}$$

$$q = -2p \Rightarrow q + 2p = 0 \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 1 \\ \beta = 2 \end{cases}$$

existe λ t.q. $q = \lambda p \Rightarrow$ L.D.

$$\mathbb{R}^3: \left\{ (2,5), (4,10) \right\} \text{ e' L.D.}$$

$$(4,10) = 2(2,5)$$

$$- 2(2,5) + (4,10) = (0,0)$$

$C(\mathbb{R})$

funções contínuas

$$\left\{ u, \widetilde{v}, \widetilde{w}, \dots \right\} \quad \omega = 20$$

$$\left\{ \underbrace{\sin(t)}_f, \underbrace{2\sin(t)}_g \right\} \text{ L.D.}$$

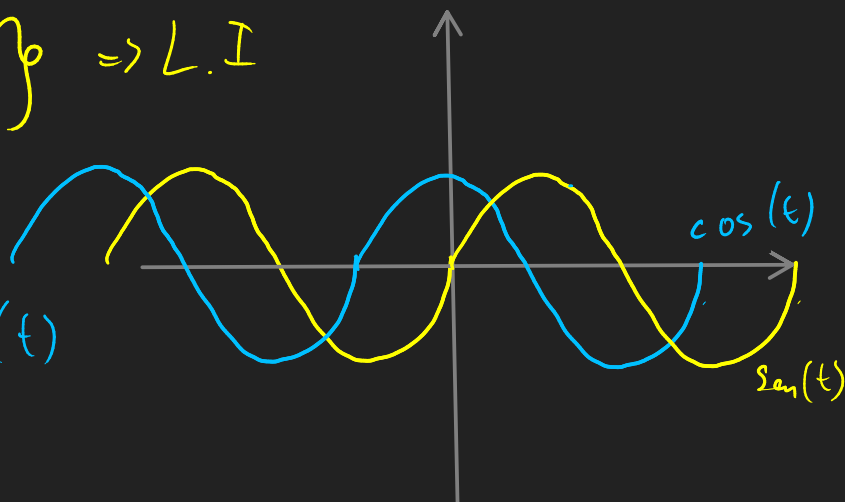
$$g = 2f$$

$$\left\{ \sin(t), \cos(t) \right\} \Rightarrow \text{L.I.}$$

$$\sin(t) \neq \lambda \cos(t)$$

$$0 = \alpha \sin(t) + \beta \cos(t)$$

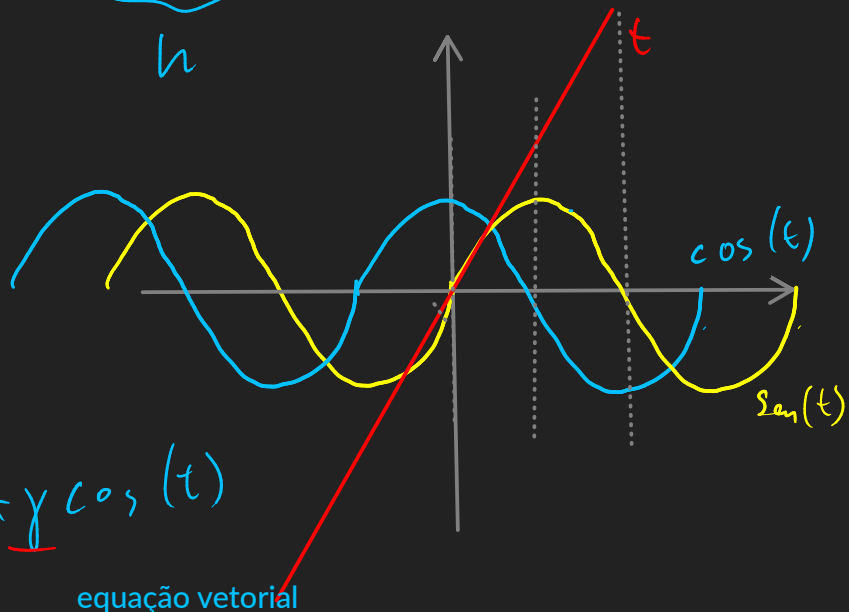
$$\alpha = \beta = 0$$



$$\left\{ \underbrace{t}_f, \underbrace{\sin(t)}_g, \underbrace{\cos(t)}_h \right\}$$

$$0 = \alpha f + \beta g + \gamma h$$

$$\alpha = \beta = \gamma = 0 \quad \text{sol. \u00fanica} \Rightarrow \text{L.I.}$$



$$0 = \underline{\alpha} t + \underline{\beta} \sin(t) + \underline{\gamma} \cos(t)$$

deve valer para TODOS valores de t

3 inc\u00f3gnitas

preciso de 3 equa\u00e7\u00f5es

escolho 3 valores de t :

$$\left. \begin{array}{l} t=0 \\ t=\pi/2 \\ t=\pi \end{array} \right\} \begin{array}{l} \alpha(0) + \beta \sin(0) + \gamma \cos(0) = 0 \\ \alpha(\pi/2) + \beta \sin(\pi/2) + \gamma \cos(\pi/2) = 0 \\ \alpha(\pi) + \beta \sin(\pi) + \gamma \cos(\pi) = 0 \end{array}$$

3 equa\u00e7\u00f5es escalares

$$\left\{ \begin{array}{l} \pi/2 \alpha + \beta = 0 \\ \pi \alpha - \gamma = 0 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \gamma = 0 \\ \beta = 0 \\ \alpha = 0 \end{array} \right.$$

$$\alpha = \beta = \gamma = 0 \quad \text{sol. \u00fanica:}$$

$$0 = 0 t + 0 \sin(t) + 0 \cos(t) \quad \leftarrow \text{n\u00e3o dep. de } t.$$

