

$$T: V \rightarrow V$$

Operador linear

V: esp. vetorial sobre $\mathbb{C}$ ou $\mathbb{R}$ Se existir $v \in V$ tal que

$$T(v) = \lambda v \quad \lambda \text{ escalar}$$

v é AUTOVETOR de T com AUTOVALOR λ

Exemplo: $F: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$

$$F(x, y) = (x + 4y, 2x + 3y)$$

Obtenha os autovalores e autovetores de F

Na base canônica:

$$F(1, 0) = (1, 2) \Rightarrow [F(1, 0)] = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$F(0, 1) = (4, 3) \quad [F(0, 1)] = \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$[F]_c = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$$

A matriz $[F]_c$ obtida:raízes do polinômio característico $p(\lambda)$

$$\begin{aligned} p(\lambda) &= \det([F] - \lambda \mathbb{I}) \\ &= \det \begin{bmatrix} 1-\lambda & 4 \\ 2 & 3-\lambda \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$= (1-\lambda)(3-\lambda) - 8 = \lambda^2 - \lambda - 3\lambda + 3 - 8$$

$$F(v) = \lambda v \quad \text{eq. autovetores}$$

$$F(v) - \lambda v = 0$$

$$(F - \lambda \mathbb{I})(v) = 0$$

$$x = y$$

$v = (1, 1)$ é um vetor

apenas 1 vetor L.I

Não forma base

G não é diagonalizável

$$G(1, 1) = \begin{pmatrix} 5 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \end{pmatrix} = 4 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$H: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$$

$$H(x, y) = (-y, x)$$

N: base canônica:

$$[H] = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

pol. característico:

$$\det \begin{bmatrix} -\lambda & -1 \\ 1 & -\lambda \end{bmatrix} = \lambda^2 + 1 = 0$$

$\lambda^2 = -1$ não tem sol. real.

Mes:

$$H: \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$$

$$H(x, y) = (y, -x)$$

$$[H] = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow p(\lambda) = \det \begin{pmatrix} -\lambda & -1 \\ 1 & -\lambda \end{pmatrix}$$

