

Autovalores e autovetores

$$A : V \rightarrow V$$

$$A(v) = \lambda v$$

Equação de autovetores

v é autovetor de A com autovalor λ

λ λ , letra grega LAMBDA

ALGORITMO para dimensão finita

Matriz do operador

$$[A]_B = \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix}$$

$$\dim(V) = n$$

Polinômio característico

$$\begin{aligned} p_A(\lambda) &= \det([A]_B - \lambda I) = 0 \\ &= \lambda^n + a_{n-1}\lambda^{n-1} + \dots + a_1\lambda + a_0 \end{aligned}$$

Autovalores: λ tais que

$$p_A(\lambda) = 0$$

raízes do pol. característico.

Para cada autovalor resolver $A(v) = \lambda v$ para obter o autovetor v

Dado A , v : determinar se v é autovetor de A .

Aplicar na equação:

$$A(v) \stackrel{?}{=} \lambda v$$

Ex.: Seja $F: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$

$$F(x, y, z) = (x - 3y + 3z, 3x - 5y + 3z, 6x - 6y + 9z)$$

Verifique se os seguintes vetores são autovetores de F e determine seus autovalores

- a) $(1, 1, 0)$
- b) $(3, 2, 1)$
- c) $(1, 0, -1)$
- d) $(2, 2, 4)$

$$\begin{aligned} \text{a) } F(\underline{(1, 1, 0)}) &= (1 - 3, 3 - 5, 6 - 6) = (-2, -2, 0) \\ &= -2 \underline{(1, 1, 0)} \end{aligned}$$

$$F(v) = \lambda v \Rightarrow v = (1, 1, 0), \lambda = -2$$

$(1, 1, 0)$ é autovetor de F com autovalor -2

$$F(x, y, z) = (x - 3y + 3z, 3x - 5y + 3z, 6x - 6y + 9z)$$

$$\begin{aligned} \text{b) } F(3, 2, 1) &= (3 - 6 + 3, 9 - 10 + 3, 18 - 12 + 9) \\ &= (0, 2, 10) \neq \lambda (3, 2, 1) \end{aligned}$$

$(3, 2, 1)$ não é autovetor de F .

$$\begin{aligned} \text{c) } F(1, 0, -1) &= (1 - 3, 3 - 3, 6 - 9) = \\ &= (-2, 0, -3) \\ &= -2(1, 0, 1) \end{aligned}$$

$(1, 0, -1)$ é autovetor de F com autovalor -2

(-2) é raiz dupla do pol. característico

$\{(1, 1, 0), (1, 0, -1)\}$ é gerador de um subespaço de autovetores com autovalor -2

$$F(x, y, z) = (x - 3y + 3z, 3x - 5y + 3z, 6x - 6y + 9z)$$

