Lista de exercícios
Aula 08 – Coordenadas e mudança de base
Álgebra Linear

Prof. Elton Carvalho — ECT — UFRN

Aula síncrona: Terça-feira 15/09/2020

1. Obtenha uma base para o espaço $P_3(\mathbb{R})$, dos polinômios $p(x)$ de grau menor ou igual a 3. Obtenha uma base para o subespaço dos polinômios tais que $p(0) = 0$.

2. Determine as coordenadas do vetor $\boldsymbol{u} = (2, 1, 4)$ do $\mathbb{R}^3$ em relação às bases
   (a) Canônica
   (b) $\{(1, 1, 1), (1, 0, 1), (1, 0, -1)\}$

3. Determine as coordenadas da matriz
$$\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$$
   em relação à base
$$\left\{ \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \right\}.$$

4. Determine as coordenadas do polinômio $1 + 2t - t^3 \in P_3(\mathbb{R})$ em relação às bases
   (a) Canônica: $\{1, t, t^2, t^3\}$
   (b) $\{1, 1 - t, 1 - t^2, 1 - t^3\}$

5. Obtenha a matriz mudança de base $[I]^C_B$ da base canônica C do $\mathbb{R}^3$ para a base
$$B = \{(1, 1, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 3)\}.$$

6. Considere o espaço vetorial dos polinômios de grau menor ou igual a 1, $P_1(\mathbb{R})$ e a base canônica $C = \{1, t\}$. A matriz mudança de base de uma certa base B para a base C é dada por:
$$[I]^B_C = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}.$$
   (a) Quais os vetores da base B?
   Sugestão: as coordenadas dos vetores de B na base B são $\boldsymbol{v}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}_B$ e $\boldsymbol{v}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}_B$.
   (b) De posse desses vetores, escreva a matriz mudança de base de C para B: $[I]^C_B$.
   (c) Verifique que $[I]^C_B = \left([I]^B_C\right)^{-1}$.

7. No espaço das matrizes 3×3 reais diagonais, cuja base canônica é
$$C = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\},$$
   considerando a matriz mudança de base
$$[I]^C_B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix},$$
   obtenha
   (a) $[\boldsymbol{v}]_B$ onde $[\boldsymbol{v}]_C = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}_C$
   (b) $[\boldsymbol{u}]_C$ onde $[\boldsymbol{u}]_B = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}_B$
   (c) Escreva explicitamente os vetores $\boldsymbol{u}$ e $\boldsymbol{v}$ obtidos acima.