Lista de exercícios
Aula 16 – Matriz de transformação
Álgebra Linear

Prof. Elton Carvalho — ECT — UFRN

Questionário: Terça-feira 23/03/2021
Aula síncrona: Terça-feira 23/03/2021

1. Seja $F : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ tal que $F(x, y, z) = (x - 3y + 2z, -y + z, 2x - y)$. Obtenha $[F]$, a matriz de F em relação à base canônica de $\mathbb{R}^3$.

2. Seja $F : \mathbb{R}^3 \to P_2(\mathbb{R})$ tal que $F(x, y, z) = x + (x + z)t + (-y + 2z)t^2$. Obtenha $[F]_B^C$, a matriz de F em relação à base canônica $C = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ de $\mathbb{R}^3$ e a base canônica $B = \left\{1, t, t^2\right\}$ de $P_2(\mathbb{R})$.

3. Seja $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ tal que $T(x, y, z) = (2x + y - z, 3x - 2y + 4z)$. Considere as bases $B = \{(1, 1, 1), (1, 1, 0), (1, 0, 0)\}$ de $\mathbb{R}^3$ e $C = \{(1, 3), (1, 4)\}$ de $\mathbb{R}^2$. Obtenha $[T]_C^B$, a matriz de T em relação às bases B e C.

4. Determinar o operador F do $\mathbb{R}^2$ cuja matriz em relação à base $\{(1, 1), (1, 2)\}$ é
$$[F] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}.$$

5. Determine a matriz do operador derivação em $P_3(\mathbb{R})$ em relação à base canônica desse espaço.

6. Seja $F \in L(P_3(\mathbb{R}), \mathbb{R})$ a transformação dada por
$$F(g(t)) = \int_0^1 g(t)\ \mathrm{d}t.$$
Determine a matriz de F em relação às bases canônicas desses espaços.

7. Mostre que, fixadas as bases B e C de V e W, respectivamente, a transformação que leva $F \in L(V, W)$ a sua matriz $[F]_{B,C} \in M_{m\times n}(\mathbb{R})$ obedece à propriedade
$$[\lambda F]_C^B = \lambda\, [F]_C^B\,.$$

8. Seja V um espaço vetorial sobre $\mathbb{R}$ e seja $\mathbb{I}$ o operador identidade de V. Dadas as bases B e C de V, mostre que $[\mathbb{I}]_C^B$ é a matriz de mudança da base B para a base C.