

Lista de exercícios

Aula 12 – Transformações lineares

Álgebra Linear

Prof. Elton Carvalho — ECT — UFRN

Aula Síncrona: Terça-feira 09/03/2021

- Seja $F : V \rightarrow W$ uma aplicação. Mostre que
 - Se F é uma transformação linear, então $F(\mathbf{0}) = \mathbf{0}$.
 - Se $F(\mathbf{0}) \neq \mathbf{0}$, então F não é uma transformação linear.
- Verifique se as seguintes aplicações são injetoras, sobrejetoras, bijetoras e transformações lineares:
 - $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$, onde $F(x, y, z) = (z, x + y)$
 - $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$, onde $F(x) = (x, 2)$
 - $F : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, onde $F(x, y) = (x^2 + y^2, x)$
 - $F : M_{2 \times 2}(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}$, onde $F(A) = \det(A)$
 - $F : \mathbb{R}^2 \rightarrow C([0, 1])$ ^[Nota 1], onde $F(x, y) = xe^t + ye^{2t}$
 - $F : C([a, b]) \rightarrow C([a, b])$, onde $F(f(t)) = \int_a^x f(t) dt$, $x \in [a, b]$
 - $D : C^2(\mathbb{R}) \rightarrow C(\mathbb{R})$ ^[Nota 2], onde $D(f) = f''$
- Seja P uma matriz inversível de $M_{n \times n}(\mathbb{R})$. Mostre que $F : M_{n \times n}(\mathbb{R}) \rightarrow M_{n \times n}(\mathbb{R})$ dada por $F(X) = P^{-1}XP$ é um operador linear desse espaço.
- Consideremos o espaço vetorial $\mathbb{C}$ sobre $\mathbb{R}$ e seja $F : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ tal que $F(z) = \bar{z}$. Mostre que F é um operador linear. Se tivéssemos considerado o espaço vetorial $\mathbb{C}$ sobre $\mathbb{C}$, F ainda seria um operador linear?
- Seja $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ o operador linear definido desta forma na base canônica:

$$F(1, 0, 0) = (2, 3, 1)$$

$$F(0, 1, 0) = (5, 2, 7)$$

$$F(0, 0, 1) = (-2, 0, 7).$$

Determine $F(x, y, z)$ para um $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ qualquer.

- Encontre a transformação T , do plano, que é uma reflexão em torno da reta $x = y$. (Sugestão: Aplique essa transformação a uma base do $\mathbb{R}^2$)

^[Nota 1] $C([0, 1])$: Espaço das funções contínuas no intervalo $[0, 1]$

^[Nota 2] $C^2(\mathbb{R})$: Espaço das funções com segundas derivadas contínuas nos $\mathbb{R}$