

Lista de exercícios

Aula 10 – Mínimos Quadrados

Álgebra Linear

Prof. Elton Carvalho – ECT – UFRN

Aula síncrona: Quinta-feira 25/02/2021

1. Determine a reta em $\mathbb{R}^2$ de equação $y = kx$ que melhor se adapte aos pontos dados:

- (a) (6, 9), (1, 2)
- (b) (6, 9), (1, 2), (5, 8)
- (c) (3, 0), (2, 1), (1, 2)

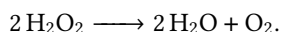
Represente esses pontos e as respectivas retas em um sistema de coordenadas cartesiano.

2. Deixa-se cair um objeto de uma altura h e mede-se sua altura em 8 instantes ao longo da queda livre. Os dados se encontram na tabela abaixo.

Instante (s)	0.00	0.09	0.17	0.26	0.34	0.43	0.51	0.60
Altura (m)	2.01	1.95	1.88	1.68	1.44	1.08	0.67	0.22

Sabendo que um corpo em queda livre sob aceleração da gravidade g , solto de uma altura h_0 a uma velocidade inicial v_0 tem sua altura no instante t dada por $h(t) = h_0 + v_0 t - \frac{1}{2}gt^2$, responda, com base no melhor ajuste aos dados:

- (a) Qual a aceleração da gravidade a que esse objeto está sujeito?
 - (b) De qual altura ele foi solto?
 - (c) É razoável dizer que o objeto foi solto a partir do repouso? Por quê?
 - (d) Utilize seu software favorito para fazer um gráfico desses pontos e da função ajustada.
 - (e) O resultado é compatível com o que você esperava?
3. A decomposição do peróxido de hidrogênio (água oxigenada) segue a reação



Ao longo de 12 horas de experimento, deixou-se 1 grama de H_2O_2 decompor e a quantidade (em gramas) de peróxido presente foi medida a cada hora, conforme tabela abaixo.

Tempo (h)	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0	6.0	7.0	8.0	9.0	10.0	11.0	12.0
Massa H_2O_2 (g)	0.80	0.63	0.50	0.40	0.28	0.25	0.19	0.15	0.11	0.09	0.08	0.06

- (a) Utilize seu programa favorito para fazer um gráfico desses pontos, com o tempo no eixo horizontal e a quantidade de peróxido no eixo vertical. Uma reta parece uma função adequada para ajustar esses dados?
- (b) Tente ajustar uma reta do tipo $f(t) = at + b$ a esses dados. Calcule $f(24)$, ou seja, a quantidade de peróxido após um dia de reação segundo esse modelo. Esse resultado é razoável? Por quê?
- (c) Tente ajustar uma parábola do tipo $g(t) = at^2 + bt + c$ a esses dados. Calcule $g(24)$. Esse resultado é razoável? Por quê?
- (d) Esta reação na verdade segue um modelo exponencial: $h(t) = Ae^{-kt}$, onde A é a massa inicial do reagente e k é a chamada *taxa de reação*. A taxa de reação k claramente não é um coeficiente numa combinação linear de funções. Portanto, linearize a expressão, tomando o logaritmo natural de ambos os lados para obter $\ln(h(t)) = \ln A - kt$.
- (e) Utilize a função linearizada no item anterior para ajustar a taxa de reação k . Lembre-se que agora você deve tomar o logaritmo dos valores na segunda linha da tabela. ATENÇÃO: CUIDADO PARA NÃO CONFUNDIR A BASE DOS LOGARITMOS AO FAZER A CONTA NA CALCULADORA OU NO COMPUTADOR. LEIA AS INSTRUÇÕES PARA GARANTIR QUE ESTÁ TOMANDO O LOGARITMO NATURAL E NÃO NA BASE 10.
- (f) Aplique o valor da constante k obtida no item anterior na função $h(t)$ do modelo exponencial para obter a quantidade de peróxido após 24h: $h(24)$. Esse valor parece mais razoável que os obtidos com os demais modelos?