Lista de exercícios 2
Álgebra Linear

Prof. Elton Carvalho — ECT — UFRN

Blitz: Terça-feira 17/03/2020

1. Mostre que o conjunto das matrizes $n \times n$ simétricas é um subespaço vetorial de $M_{n\times n}(\mathbb{R})$.
   NOTA: Uma matriz A é simétrica se for igual à sua transposta, ou seja, $\operatorname{tr}(A) = A$.

2. Seja $C([0,1])$ o espaço vetorial das funções contínuas no intervalo $[0,1]$. Verifique se os subconjuntos abaixo são subespaços de $C([0,1])$:

   (a) $\{f \in C([0,1]) \mid f(0) = 0\}$

   (b) $\left\{f \in C([0,1]) \,\middle|\, \int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x = 0\right\}$

3. Mostre que se S_1 e S_2 são subespaços vetoriais de V, então a soma $S_1 + S_2$ será fechada por multiplicação por escalar, isto é, se $\boldsymbol{v} \in S_1 + S_2$, então $\alpha\boldsymbol{v} \in S_1 + S_2$.

4. Mostre que o conjunto de vetores $\{1, x, x^2, 2 + x + x^2\}$ de $P_2(\mathbb{R})$ é L.D. e que qualquer subconjunto de três elementos dele é L.I.
   NOTA: $P_2(\mathbb{R})$ é o espaço vetorial dos polinômios de grau igual ou inferior a 2 com coeficientes reais.

5. Mostre que o conjunto $\{1, \cos x, \cos 2x\}$ de vetores de $C([-\pi,\pi])$ é L.I.
   NOTA: $C([-\pi,\pi])$ é o espaço vetorial das funções contínuas no intervalo $[-\pi,\pi]$.

6. Considere dois vetores $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$ e $\begin{bmatrix} c \\ d \end{bmatrix}$ no $\mathbb{R}^2$. Mostre que eles são L.D. se $ad - bc = 0$. Mostre que se $ad - bc \neq 0$, eles são L.I.