

Lista de exercícios 11

Cálculo I

Prof. Elton Carvalho – ECT – UFRN

Entrega: Terça-feira 03/12/2019

1. INTEGRAIS DO TIPO $\int \frac{P(x)}{ax^2 + bx + c} dx$ EM QUE O DENOMINADOR NÃO POSSUI RAÍZES REAIS

Considere a integral $\int \frac{2x^2 - x + 4}{x^3 + 4x} dx$.

(a) Note que o denominador pode ser escrito como $x(x^2 + 4)$ e que o segundo fator não possui raízes reais. Encontre A , B e C tais que

$$\frac{2x^2 - x + 4}{x(x^2 + 4)} = \frac{A}{x} + \frac{Bx + C}{x^2 + 4}.$$

(b) Assim a integral original fica $\int \frac{A}{x} dx + \int \frac{Bx}{x^2 + 4} dx + \int \frac{C}{x^2 + 4} dx$. Resolva a primeira integral. Resolva a segunda integral com a transformação $u = x^2 + 4$ com $du = 2x dx$.

(c) Resta apenas resolver a terceira integral: $\int \frac{C}{x^2 + 4} dx$. Faça a mudança de variável $u = \frac{x}{a}$ para obter uma integral do tipo $\int \frac{du}{u^2 + 1} = \arctan(u) + k$.

(d) Escreva o resultado final: a soma das três integrais, em função de x .

(e) Faça um procedimento semelhante ao item (c) para $\int \frac{x - 1}{4x^2 - 4x + 3} dx$. Para isso, você vai precisar completar quadrados no denominador para obter uma expressão do tipo $u^2 + \alpha$.

2. Calcule

(a) $\int \frac{2x - 1}{(x - 1)(x - 2)} dx$

(c) $\int \frac{x^5 + x + 1}{x^3 - 8} dx$

(b) $\int \frac{2x + 1}{x^3 - x^2 - x + 1} dx$

(d) $\int \frac{x dx}{(x + 1)(x + 3)(x + 5)}$

3. Calcule $\int \frac{1}{\cos x} dx$.

Sugestão: $\frac{1}{\cos x} = \frac{\cos x}{\cos^2 x}$; $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$. Faça a substituição $u = \sin x$ e integre por frações parciais.

4. Efetue as integrais utilizando a substituição trigonométrica indicada.

(a) $\int \frac{dx}{x^2 \sqrt{4 - x^2}}$ $x = 2 \sin \theta$

(c) $\int \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{x} dx$ $x = 2 \sec \theta$

(b) $\int \frac{x^3}{\sqrt{x^2 + 4}} dx$ $x = 2 \tan \theta$

5. Calcule

(a) $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 16}}$

(b) $\int \sqrt{1 - 4x^2} dx$

(c) $\int \frac{\sqrt{x^2 - 9}}{x} dx$

(d) $\int \frac{dx}{\sqrt{(a^2 + x^2)^3}}$

(e) $\int x \sqrt{1 - x^4} dx$

(f) $\int \frac{du}{u \sqrt{5 - u^2}}$

(g) $\int \frac{t^5}{\sqrt{t^2 + 2}} dt$

6. Calcule a integral

$$\int \frac{x^2}{(x^2 + a^2)^{\frac{3}{2}}} dx$$

(a) por substituição trigonométrica.

(b) pela substituição hiperbólica $x = a \sinh t$

7. Calcule

(a) $\int \cos^2 5x dx$

(b) $\int \sen x \cos^2 x dx$

(c) $\int \cos x \sen^4 x dx$

(d) $\int \sen 2x \cos^2 2x dx$

(e) $\int \sen^2 x \cos^4 x dx$

(f) $\int \cos^2 2x \sen^2 2x dx$