Lista de exercícios 7
Cálculo I

Prof. Elton Carvalho — ECT — UFRN

Entrega: Terça-feira 15/10/2019

1. A função $y = f(x)$ é dada implicitamente pela equação $xy + 3 = 2x$. Mostre que $x\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = 2 - y$. Calcule $\left.\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}\right|_{x=2}$.

2. Determine a equação da reta tangente à elipse $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$ no ponto x_0, y_0, com $y_0 \neq 0$.

3. Seja $A = l^2$, $l > 0$.
   (a) Calcule a diferencial $\mathrm{d}A$.
   (b) Interprete geometricamente o erro que se comete na aproximação de ΔA por $\mathrm{d}A$ se A for a área de um quadrado de lado l.

4. Quando o sangue flui por uma artéria, o fluxo F (volume de sangue que passa por um ponto por unidade de tempo) é proporcional à quarta potência do raio R do vaso sanguíneo:
$$F = kR^4.$$
   Uma artéria parcialmente obstruída pode ser expandida através de uma cirurgia chamada angioplastia, em que um balão na ponta de um catéter é inflado na artéria para alargá-la e restabelecer o fluxo sanguíneo normal. Mostre que a variação relativa do fluxo $\left(\dfrac{\mathrm{d}F}{F}\right)$ é quatro vezes a variação relativa do raio $\left(\dfrac{\mathrm{d}r}{r}\right)$. Como um aumento de 5 % no raio da artéria afeta o fluxo sanguíneo?

5. A posição de uma partícula que se desloca ao longo do eixo x depende do tempo de acordo com a equação $x(t) = -t^3 + 3t^2$, $t \geqslant 0$.
   (a) Estude os sinais da velocidade $v(t)$.
   (b) Estude os sinais da aceleração $a(t)$.
   (c) Calcule $\lim\limits_{t\longrightarrow+\infty}(-t^3 + 3t)$
   (d) Esboce o gráfico da função $x = -t^3 + 3t^2$, $t \geqslant 0$.

6. A lei dos gases ideais associa a temperatura absoluta T (em kelvins), a pressão p (em atmosferas) e o volume V (em litros) de n mols de um gás ideal através da equação $pV = nRT$, com $R = 0{,}0821\,\frac{\mathrm{atm\,L}}{\mathrm{mol\,K}}$ a constante universal dos gases ideais.
   Suponha que em certo instante, $p = 8{,}0\,\mathrm{atm}$ e aumenta a uma taxa constante de $0{,}10\,\frac{\mathrm{atm}}{\mathrm{min}}$ e $V = 10\,\mathrm{L}$, aumentando à taxa constante de $0{,}15\,\frac{\mathrm{L}}{\mathrm{min}}$.
   (a) Escreva a uma expressão para a temperatura T em termos das demais grandezas.
   (b) Utilize a regra da cadeia para escrever a derivada $\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t}$ da temperatura em função do tempo, lembrando que a pressão e o volume também variam com o tempo.
   (c) Obtenha a taxa de variação da temperatura T em função do tempo para $n = 10\,\mathrm{mol}$ de gás.