

Lista de exercícios 0

Cálculo I

Prof. Elton Carvalho — ECT — UFRN

Entrega: Quinta-feira 01/08/2019

1. Simplifique as expressões abaixo e elimine expoentes negativos.

(a) $x^8 x^2$

(d) $\frac{6y^3 z}{2yz^2}$

(f) $\left(\frac{y}{5x^{-2}}\right)^{-3}$

(b) $\sqrt{16x} + \sqrt{x^5}$

(e) $(s^{-2} t^2)^2 (s^2 t)^3$

(g) $\left(\frac{xy^{-2}x^{-3}}{x^2y^3x^{-4}}\right)^{-3}$

2. Uma caixa d'água é formada por uma casca cilíndrica de concreto como na Figura 1. Utilizando a fórmula para o volume de um cilindro, explique por que o volume da casca é

$$V = \pi R^2 h - \pi r^2 h.$$

Fatore essa expressão para mostrar que

$$V = 2\pi \cdot \text{raio médio} \cdot \text{altura} \cdot \text{espessura},$$

determinando as expressões para o que seria o raio médio desse cilindro e sua espessura. Use o diagrama “desenrolado” para explicar por que essa expressão faz sentido geometricamente.



Figura 1: Caixa d'água formada por casca cilíndrica e diagrama da casca “desenrolada”

3. Simplifique as expressões abaixo. Expressões como estas são comuns em cálculo ao aplicar a regra do quociente.

(a) $\frac{3(x+2)^2(x-3)^2 - (x+2)^3(2)(x-3)}{(x-3)^4}$

$$(b) \frac{2x(x+6)^4 - x^2(4)(x+6)^3}{(x+6)^8}$$

$$(c) \frac{3(1+x)^{1/3} - x(1+x)^{-2/3}}{(1+x)^{2/3}}$$

4. Complete os quadrados nas expressões abaixo para escrevê-las na forma $(x - \alpha) + k$, onde α e k são constantes, como no exemplo:

$$(a) x^2 + 2x + 5 = (x + 1)^2 + 4$$

$$(c) x^2 - 2x - 1$$

$$(b) x^2 - 6x + 10$$

$$(d) x^2 + 4x + 1$$

5. A desigualdade $|x - x_0| < r$ pode ser representada na reta real como um intervalo aberto $a < x < b$. Em cada item encontre os valores de a e b correspondentes à desigualdade dada.

$$(a) |x| < 3$$

$$(c) |x + 1| < 2$$

$$(e) |x + 4| < 4$$

$$(b) |x - 1| < 2$$

$$(d) |x - 4| < 4$$

$$(f) |x + 3| < 5$$

6. Faça o inverso da questão 5. Para cada intervalo $a < x < b$ encontre uma desigualdade equivalente $|x - x_0| < r$.

$$(a) -2 < x < 2$$

$$(c) -2 < x < 1$$

$$(e) -7 < x < 3$$

$$(b) 0 < x < 2$$

$$(d) -4 < x < 0$$

$$(f) -4 < x < -2$$

7. Encontre os valores de x que satisfazem a desigualdade dada

$$(a) |x^2 - 4| < 2$$

$$(c) |\arctan(x) - \frac{\pi}{8}| < \frac{\pi}{8}$$

$$(e) |\cos(x)| < 2$$

$$(b) |10^x - 4| < 3$$

$$(d) |\log_3(x) - 2| < 1$$

$$(f) |\operatorname{sen}(x) - 1| < \frac{1}{2}$$

8. Escreva as expressões abaixo em termos de seno e cosseno e simplifique.

$$(a) \cos t \tan t$$

$$(b) \operatorname{sen} \theta \sec \theta$$

$$(c) \frac{\cot \theta}{\csc \theta - \operatorname{sen} \theta}$$

9. Reescreva as expressões abaixo em função de θ efetuando as substituições trigonométricas sugeridas, considerando $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ e simplifique:

$$(a) \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}, \quad x = \operatorname{sen} \theta$$

$$(c) \frac{\sqrt{x^2-25}}{x}, \quad x = 5 \sec \theta$$

$$(b) \sqrt{1+x^2}, \quad x = \tan \theta$$

10. Obtenha $f \circ g$, $g \circ f$, $f \circ f$ e $g \circ g$ e seus domínios.

$$(a) f(x) = 2x + 3, \quad g(x) = 4x - 1$$

$$(d) f(x) = \frac{x}{x+1}, \quad g(x) = 2x - 1$$

$$(b) f(x) = x^2, \quad g(x) = x + 1$$

$$(c) f(x) = \frac{2}{x}, \quad g(x) = \frac{x}{x+2}$$

$$(e) f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}, \quad g(x) = x^2 - 4x$$