

# Lista de exercícios 10

## Cálculo I – Turma 2

Prof. Elton Carvalho – ECT – UFRN

Entrega: Terça-feira 03/12/2019

1. INTEGRAIS DO TIPO  $\int \frac{P(x)}{ax^2 + bx + c} dx$  EM QUE O DENOMINADOR NÃO POSSUI RAÍZES REAIS

Considere a integral  $\int \frac{2x^2 - x + 4}{x^3 + 4x} dx$ .

(a) Note que o denominador pode ser escrito como  $x(x^2 + 4)$  e que o segundo fator não possui raízes reais. Encontre  $A$ ,  $B$  e  $C$  tais que

$$\frac{2x^2 - x + 4}{x(x^2 + 4)} = \frac{A}{x} + \frac{Bx + C}{x^2 + 4}.$$

(b) Assim a integral original fica  $\int \frac{A}{x} dx + \int \frac{Bx}{x^2 + 4} dx + \int \frac{C}{x^2 + 4} dx$ . Resolva a primeira integral. Resolva a segunda integral com a transformação  $u = x^2 + 4$  com  $du = 2x dx$ .

(c) Resta apenas resolver a terceira integral:  $\int \frac{C}{x^2 + 4} dx$ . Faça a mudança de variável  $u = \frac{x}{a}$  para obter uma integral do tipo  $\int \frac{du}{u^2 + 1} = \arctan(u) + k$ .

(d) Escreva o resultado final: a soma das três integrais, em função de  $x$ .

(e) Faça um procedimento semelhante ao item (c) para  $\int \frac{x - 1}{4x^2 - 4x + 3} dx$ . Para isso, você vai precisar completar quadrados no denominador para obter uma expressão do tipo  $u^2 + \alpha$ .

2. Calcule

(a)  $\int \frac{2x - 1}{(x - 1)(x - 2)} dx$

(c)  $\int \frac{x^5 + x + 1}{x^3 - 8} dx$

(b)  $\int \frac{2x + 1}{x^3 - x^2 - x + 1} dx$

(d)  $\int \frac{x dx}{(x + 1)(x + 3)(x + 5)}$

3. Calcule  $\int \frac{1}{\cos x} dx$ .

Sugestão:  $\frac{1}{\cos x} = \frac{\cos x}{\cos^2 x}$ ;  $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$ . Faça a substituição  $u = \sin x$  e integre por frações parciais.

4. Efetue as integrais utilizando a substituição trigonométrica indicada.

(a)  $\int \frac{dx}{x^2 \sqrt{4 - x^2}}$   $x = 2 \sin \theta$

(c)  $\int \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{x} dx$   $x = 2 \sec \theta$

(b)  $\int \frac{x^3}{\sqrt{x^2 + 4}} dx$   $x = 2 \tan \theta$

5. Calcule

(a)  $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 16}}$

(b)  $\int \sqrt{1 - 4x^2} dx$

(c)  $\int \frac{\sqrt{x^2 - 9}}{x} dx$

(d)  $\int \frac{dx}{\sqrt{(a^2 + x^2)^3}}$

(e)  $\int x \sqrt{1 - x^4} dx$

(f)  $\int \frac{du}{u \sqrt{5 - u^2}}$

(g)  $\int \frac{t^5}{\sqrt{t^2 + 2}} dt$

6. Calcule a integral

$$\int \frac{x^2}{(x^2 + a^2)^{\frac{3}{2}}} dx$$

(a) por substituição trigonométrica.

(b) pela substituição hiperbólica  $x = a \sinh t$

7. Calcule

(a)  $\int \cos^2 5x dx$

(b)  $\int \sen x \cos^2 x dx$

(c)  $\int \cos x \sen^4 x dx$

(d)  $\int \sen 2x \cos^2 2x dx$

(e)  $\int \sen^2 x \cos^4 x dx$

(f)  $\int \cos^2 2x \sen^2 2x dx$