

Lista de exercícios 0

Cálculo I

Prof. Elton Carvalho — ECT — UFRN

Entrega: Sexta-feira 04/10/2019

1. Uma caixa d'água é formada por uma casca cilíndrica de concreto como na Figura 1. Utilizando a fórmula para o volume de um cilindro, explique por que o volume da casca é

$$V = \pi R^2 h - \pi r^2 h.$$

Fatore essa expressão para mostrar que

$$V = 2\pi \cdot \text{raio médio} \cdot \text{altura} \cdot \text{espessura},$$

determinando as expressões para o que seria o raio médio desse cilindro e sua espessura. Use o diagrama “desenrolado” para explicar por que essa expressão faz sentido geometricamente.



Figura 1: Caixa d'água formada por casca cilíndrica e diagrama da casca “desenrolada”

2. Simplifique as expressões abaixo. Expressões como estas são comuns em cálculo ao aplicar a *regra do quociente*.

(a)
$$\frac{3(x+2)^2(x-3)^2 - (x+2)^3(2)(x-3)}{(x-3)^4}$$

(b)
$$\frac{2x(x+6)^4 - x^2(4)(x+6)^3}{(x+6)^8}$$

(c)
$$\frac{3(1+x)^{1/3} - x(1+x)^{-2/3}}{(1+x)^{2/3}}$$

3. Complete os quadrados nas expressões abaixo para escrevê-las na forma $(x - \alpha) + k$, onde α e k são constantes, como no exemplo:

(a) $x^2 + 2x + 5 = (x + 1)^2 + 4$ (c) $x^2 - 2x - 1$
 (b) $x^2 - 6x + 10$ (d) $x^2 + 4x + 1$

4. A desigualdade $|x - x_0| < r$ pode ser representada na reta real como um intervalo aberto $a < x < b$. Em cada item encontre os valores de a e b correspondentes à desigualdade dada.

(a) $|x| < 3$ (c) $|x + 1| < 2$ (e) $|x + 4| < 4$
 (b) $|x - 1| < 2$ (d) $|x - 4| < 4$ (f) $|x + 3| < 5$

5. Faça o inverso da questão 4. Para cada intervalo $a < x < b$ encontre uma desigualdade equivalente $|x - x_0| < r$.

(a) $-2 < x < 2$ (c) $-2 < x < 1$ (e) $-7 < x < 3$
 (b) $0 < x < 2$ (d) $-4 < x < 0$ (f) $-4 < x < -2$

6. Encontre os valores de x que satisfazem a desigualdade dada

(a) $|x^2 - 4| < 2$ (c) $|\arctan(x) - \frac{\pi}{8}| < \frac{\pi}{8}$ (e) $|\cos(x)| < 2$
 (b) $|10^x - 4| < 3$ (d) $|\log_3(x) - 2| < 1$ (f) $|\sen(x) - 1| < \frac{1}{2}$

7. Escreva as expressões abaixo em termos de seno e cosseno e simplifique.

(a) $\cos t \tan t$ (b) $\sen \theta \sec \theta$ (c) $\frac{\cot \theta}{\csc \theta - \sen \theta}$

8. Verifique as identidades

(a) $\sen(x + y) - \sen(x - y) = 2 \cos(x) \sen(y)$
 (b) $\cos(x + y) - \cos(x - y) = 2 \cos(x) \cos(y)$
 (c) $\cos(x + y) \cos(x - y) = \cos^2(x) - \sen^2(y)$

9. Reescreva as expressões abaixo em função de θ efetuando as substituições trigonométricas sugeridas, considerando $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ e simplifique:

(a) $\frac{x}{\sqrt{1 - x^2}}$, $x = \sen \theta$ (c) $\frac{\sqrt{x^2 - 25}}{x}$, $x = 5 \sec \theta$
 (b) $\sqrt{1 + x^2}$, $x = \tan \theta$

10. Obtenha $f \circ g$, $g \circ f$, $f \circ f$ e $g \circ g$ e seus domínios.

(a) $f(x) = 2x + 3$, $g(x) = 4x - 1$ (d) $f(x) = \frac{x}{x+1}$, $g(x) = 2x - 1$
 (b) $f(x) = x^2$, $g(x) = x + 1$
 (c) $f(x) = \frac{2}{x}$, $g(x) = \frac{x}{x+2}$ (e) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$, $g(x) = x^2 - 4x$