

# Lista de exercícios 1

## Parte 1

### Vetores e Geometria Analítica

Prof. Elton Carvalho — ECT — UFRN

Entrega: Terça-feira 15/08/2017

1. Considere os pontos  $P_1$  e  $P_2$  sobre a reta, com coordenadas  $x_1$  e  $x_2$ , respectivamente. Suponha que  $P_2$  está à direita de  $P_1$ , ou seja,  $x_2 > x_1$ . Lembrando que se o ponto  $C$  estiver no segmento  $AB$ , vale a propriedade  $d(AB) = d(AC) + d(CB)$ , mostre que a expressão  $d(P_1, P_2) = |x_2 - x_1|$  é válida nos três casos a seguir:
  - (a)  $O$  está entre  $P_1$  e  $P_2$  ( $x_1 < 0 < x_2$ )
  - (b)  $P_1$  está entre  $O$  e  $P_2$  ( $0 < x_1 < x_2$ )
  - (c)  $P_2$  está entre  $P_1$  e  $O$  ( $x_1 < x_2 < 0$ )
2. Para cada item abaixo, desenhe os eixos coordenados e localize os pontos:
  - (a)  $(0, -6), (0, 0), (0, 1), (0, 7)$
  - (b)  $(-4, 0), (3, 0), (2, 0), (15, 0)$
  - (c)  $(4, -6), (4, 0), (4, 1), (4, 5)$
  - (d)  $(-1, -3), (-1, 1), (-1, 3), (-1, 7)$
  - (e)  $(-3, -3), (-1, -1), (0, 0), (2, 2)$
3. Cada parte da questão 2 deve sugerir um princípio geral a você. Enuncie esse princípio em cada caso. Por exemplo, o item (c) sugere: para todos os valores  $y \in \mathbb{R}$  o ponto  $(4, y)$  está sobre uma reta paralela ao eixo dos  $y$  e 4 unidades à sua direita.
4. A *mediatriz* de um segmento  $AB$  é a reta perpendicular a esse segmento que o intercepta no ponto médio. Diz-se que o ponto  $A'$  é *simétrico* ao ponto  $A$  em relação à reta  $r$  quando  $r$  é a mediatriz do segmento  $AA'$ . Considerando  $A = (x, y)$ , determine os pontos simétricos a  $A$  em relação aos eixos  $x$  e  $y$ , respectivamente.
5. Três vértices de um retângulo são  $O = (0, 0)$ ,  $A = (a, b)$  e  $B = (0, b)$ . Qual é o quarto vértice?
6. Em cada caso abaixo, esboce o conjunto dos pontos do plano cujas coordenadas  $(x, y)$  satisfazem as condições especificadas:
  - (a)  $x = 3$
  - (b)  $y = 5$
  - (c)  $x > y$
  - (d)  $x \geq y$
  - (e)  $|x - t| = 1$
  - (f)  $0 \leq x \leq y \leq 1$
  - (g)  $xy = 0$
  - (h)  $|x| \geq 2$  e  $|y| \geq 3$
  - (i)  $|x| \geq 2$  ou  $|y| \geq 3$

7. A *projeção* de um ponto sobre uma reta é o pé da perpendicular traçada do ponto à reta, ou seja, o ponto que essa perpendicular cruza a reta. Encontre as coordenadas da projeção do ponto  $(x, y)$ :

(a) sobre o eixo  $x$ .

(b) E sobre o eixo  $y$ .

8. A *projeção* de um segmento de reta  $AB$  sobre uma reta  $r$  é o segmento que liga as projeções dos pontos  $A$  e  $B$  sobre  $r$ . Ache o comprimento das projeções sobre os eixos  $x$  e  $y$  dos segmentos que ligam os pontos:

(a)  $(2, 1)$  e  $(8, 6)$

(b)  $(0, 3)$  e  $(0, -2)$

(c)  $(-6, -1)$  e  $(5, 18)$

Desenhe uma figura em cada caso mostrando as projeções. Aproveite e ache uma fórmula para o comprimento das projeções sobre os eixos  $x$  e  $y$  do segmento de reta  $AB$  ligando  $A = (x_1, y_1)$  e  $B = (x_2, y_2)$ .

9. Qual ponto do eixo  $x$  é equidistante\* dos pontos  $(1, -3)$  e  $(3, -1)$  no plano?

10. Mostre que os quatro pontos  $(1, 0, 2\sqrt{2})$ ,  $(0, \sqrt{3}, 0)$ ,  $(0, -\sqrt{3}, 0)$  e  $(3, 0, 0)$  são vértices de um tetraedro regular.

11. Obtenha uma equação da esfera com centro em  $(2, -6, 4)$  e raio 5. Descreva sua interseção com cada um dos planos coordenados. (Inclua pontos importantes dessa intersecção, como centros, vértices, raios etc.)

12. Obtenha a equação da esfera centrada no ponto  $(5, 4, 7)$  que esteja totalmente contida no primeiro octante.†

13. Ache um ponto sobre o eixo  $x$  que está distante  $2\sqrt{3}$  do ponto  $(1, -2, 2)$ . Quantos pontos satisfazem essa condição?

---

\*Dois pontos são equidistantes de um terceiro quando se apresentam à mesma distância desse ponto.

†O primeiro octante é aquele em que as três coordenadas são positivas.