

# Lista de exercícios 1

## Álgebra Linear

Prof. Elton Carvalho — ECT — UFRN

Entrega: Quinta-feira 23/02/2017

1. Partindo dos axiomas de corpo (vide notas de aula e Apostol Vol. 1), demonstre os seguintes teoremas, com  $a$ ,  $b$  e  $c$  elementos do corpo:
  - (a) Lei do cancelamento para adição: Se  $a + b = a + c$ , então  $b = c$ . (Dica: adicione o oposto de  $a$  aos dois lados da igualdade).
  - (b)  $-(-a) = a$
  - (c) Se  $a \neq 0$ , então  $(a^{-1})^{-1} = a$
2. Mostre que o conjunto  $\mathbb{C}$  dos números complexos, com a adição e multiplicação usual entre números complexos é um corpo.
3. Mostre que o conjunto  $M_{m \times n}(\mathbb{R})$ , das matrizes reais  $m \times n$ , é um espaço vetorial sobre o corpo dos  $\mathbb{R}$ .
4. Mostre que o conjunto  $\mathbb{R}^n$ , nas  $n$ -uplas de números reais, com as definições usuais de adição e multiplicação por reais, é um espaço vetorial sobre  $\mathbb{R}$ .
5. Mostre que o conjunto  $P_n$ , dos polinômios com coeficientes reais de grau menor ou igual a  $n$ , é um espaço vetorial real, com as operações usuais de adição de polinômios e multiplicação por constante.
6. Mostre que o conjunto dos números complexos  $\mathbb{C}$  com a adição usual e a multiplicação  $\alpha \mathbf{u}$  usual entre um número real  $\alpha$  e um número complexo  $\mathbf{u} = (a + bi)$  é um espaço vetorial sobre o corpo dos reais. Nesta notação  $a$  e  $b$  são números reais e  $i^2 = -1$ .